· 127 ·

DOI: 10. 13382/j. jemi. B2206128

基于 SRCKFw-检测的多传感器融合的姿态解算算法*

乔美英1,2 李宛妮! 姚文豪! 史有强!

(1. 河南理工大学电气工程与自动化学院 焦作 454000;2. 河南省煤矿装备智能检测与控制重点实验室 焦作 454000)

摘 要:针对惯性导航系统受模型误差和测量异常值误差的影响,姿态解算结果易出现精度差甚至发散的问题,提出了一种基于平方根容积卡尔曼滤波(square-root cubature Kalman filter, SRCKF) w-检测的多传感器姿态融合算法。利用协方差匹配法对SRCKF的新息序列进行自适应调整,经过调整后的新息在迭代过程中会补偿量测噪声方差阵,减小模型误差影响;再利用调整后的新息进行误差探测,提高 w-检测的探测精度,并构造观测值替换准则进行误差观测值替换,解决测量异常值误差带来的影响;最后利用 SRCKF 进行姿态融合,陀螺仪的姿态作为状态方程,经检测替换后的加速度计和磁力计姿态作为量测方程。实验表明,所提算法可以准确估计系统姿态,与传统算法相比解算精度平均可提升 62.43%,在不同条件下,算法整体性能均可得到大幅提升,并能快速进行姿态解算,保证解算精度。

关键词:多传感器融合;平方根容积卡尔曼滤波;协方差匹配;新息自适应调整;观测值替换准则

中图分类号: TE243; TN911.4 文献标i

文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 440.45

Multi-sensor attitude fusion algorithm based on SRCKFw-detection

Qiao $Meiying^{1,2}$ Li $Wanni^1$ Yao $Wenhao^1$ Shi Youqiang 1

- (1. School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China;
- 2. Henan Key Laboratory of Intelligent Detection and Control of Coal Mine Equipment, Jiaozuo 454000, China)

Abstract: In order to solve the problem that the filtering accuracy is poor or even divergent when the inertial navigation system is affected by model errors and measurement outlier errors, a multi-sensor fusion algorithm based on square-root cubature Kalman filter (SRCKF) w-detection is proposed. The square-root cubature Kalman filter innovation sequence is adaptively adjusted by the covariance matching method, and the adjusted innovation will compensate the measurement noise variance matrix and reduce the influence of model error, then use the adjusted innovation to detect the error and improve the w- detection accuracy. And construct the observation value replacement criterion to replace the error observation value, so as to solve the influence of the measurement abnormal value error. Finally, the attitude fusion is carried out by using SRCKF, the attitude of the gyroscope is taken as the state equation, and the attitude of the accelerometer and magnetometer replaced by detection is taken as the measurement equation. The experimental results show that the proposed algorithm can accurately estimate the system attitude, and the average solution accuracy can be improved by 62. 43% compared with the traditional algorithm. Under different conditions, the overall performance of the algorithm can be greatly improved, and the attitude can be solved quickly to ensure the solution accuracy.

Keywords: multi-sensor fusion; square-root cubature Kalman filter; covariance matching; adaptive adjustment of innovation; observation replacement criterion

0 引 言

随着时代的进步,以 MEMS(micro-electro-mechanical

system) 惯性器件为主要组成单元的惯性导航系统得到 了各个领域专家学者的广泛关注^[1-3],其中航空航天、汽 车船舶、随钻测量以及机器人应用等领域对惯性导航系 统姿态精准解算提出了迫切需求。惯性导航系统在使用 时容易出现长期精度不够的情况,尤其是组成单元中的加速度计和磁力计易受外部干扰^[4-5],此时需要使用陀螺仪让3个传感器进行相互补偿^[6],不断地对传感器数据进行校正或者更新姿态解算算法来提高姿态解算的精度^[7-8]。因此,研究多传感器融合姿态解算算法可以满足不同行业人们对解算精度的要求。

目前,多传感器融合算法主要有卡尔曼滤波及其扩展算法^[9-11]、互补滤波^[12-13]、粒子滤波^[14]等,本文选择 SRCKF 是由于 SRCKF 能解决 CKF (cubature Kalman filter)在迭代过程中易出现协方差矩阵非正定的情况,滤波精度会更高。文献[15-16]针对在滤波过程中的模型误差和测量异常值的情况,用协方差匹配法对协方差矩阵进行修正,提出了基于新息的自适应修正方法,有效抑制模型误差和测量异常值带来的负面影响。文献[17-19]针对观测过程中异常误差的影响及其探测精度等问题,利用均值漂移模型进行异常粗差的探测,精准剔除异常粗差,减小了异常误差带来的影响,但在剔除粗差的过程中容易丢失重要的数据信息。文献[20]引入了渐消因子,但渐消因子是由 SRCKF 的新息决定的,若测量异常值导致滤波的新息较大,系统就会无法获得正确的协方差矩阵以及渐消因子。

综上所述,系统模型量测误差和测量异常值误差总是单独进行考虑,在实际情况中两种情况会存在同时出现的可能性。本文针对这种情况提出了一种基于SRCKFw-检测的多传感器融合姿态解算算法,将SRCKF滤波量测噪声协方差矩阵利用协方差匹配法进行自适应改进,并设置了观测值所能探测到的最小误差,将测量异常值剔除后使用观测值替换准则进行替换,将系统模型的量测误差和测量异常值一起考虑,有效地解决了两种误差同时存在导致的滤波发散以及精度低的问题,快速、精准的实现多传感器姿态融合。

1 姿态估计模型

本文以陀螺仪、加速度计以及磁强计为对象分别建立系统的状态方程和量测方程,导航坐标系(n 系)和载体坐标系(b 系)之间的相互转换需要依靠旋转矩阵来实现,为了避免使用欧拉角计算出现奇异现象,引入单位四元数 [q_0 q_1 q_2 q_3],且满足 $q_0+q_1+q_2+q_3=1$,从 n 系到 b 系的旋转矩阵如式(1)所示,坐标转换关系如图 1 所示。

$$R_n^b =$$

$$\begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$

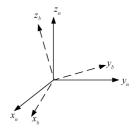


图 1 坐标转换图

Fig. 1 Coordinate conversion diagram

1.1 状态方程建立

以四元数表示陀螺仪的姿态更新,建立陀螺仪的姿态更新方程,如式(2)所示:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega(\omega^b) q \tag{2}$$

$$\mathbf{\Omega}(\boldsymbol{\omega}^{b}) = \begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{\omega}_{x} & -\boldsymbol{\omega}_{y} & -\boldsymbol{\omega}_{z} \\ \boldsymbol{\omega}_{x} & 0 & \boldsymbol{\omega}_{z} & -\boldsymbol{\omega}_{y} \\ \boldsymbol{\omega}_{y} & -\boldsymbol{\omega}_{z} & 0 & \boldsymbol{\omega}_{x} \\ \boldsymbol{\omega}_{z} & \boldsymbol{\omega}_{y} & -\boldsymbol{\omega}_{x} & 0 \end{bmatrix}$$
(3)

其中, $\boldsymbol{\omega}^b = [0, \omega_x, \omega_y, \omega_z]$ 为载体坐标系下的角速度, $\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}^b)$ 是陀螺仪输出角速度所组成的反对称矩阵。将式(2)进行离散化处理,得到:

$$q_{k} = q_{k-1} + \frac{1}{2} (\Delta T) \Omega(\boldsymbol{\omega}_{k-1}^{b}) q_{k-1} =$$

$$\left(I + \frac{\Delta T}{2} \Omega(\boldsymbol{\omega}_{k-1}^{b}) \right) \cdot q_{k-1}$$
(4)

其中, \mathbf{q}_k 为 k 时刻的姿态四元数, ΔT 为采样时间, I 为四阶单位阵, 令 $\mathbf{A}_{k-1} = I + \frac{\Delta T}{2} \mathbf{\Omega}(\boldsymbol{\omega}_{k-1}^b)$, 可以建立状态方程如式(5)所示:

$$q_k = A_{k-1}q_{k-1} + W_{k-1} \tag{5}$$

其中, q_k 为 k 时刻的姿态四元数, A_{k-1} 为系统的状态矩阵, W_{k-1} 为系统的状态噪声且服从高斯分布。

1.2 量测方程建立

建立加速度计量测模型如式(6)所示:

$$\boldsymbol{a}_{k}^{b} = -\boldsymbol{R}_{n}^{b}(\boldsymbol{q}_{k}) \cdot \boldsymbol{a}^{n} + \boldsymbol{V}_{a,k} \tag{6}$$

其中, $\mathbf{a}_{k}^{b} = \begin{bmatrix} a_{x,k}^{b} & a_{y,k}^{b} & a_{z,k}^{b} \end{bmatrix}^{T}$ 为加速度计第 k 时刻的测量值, $\mathbf{a}^{n} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g \end{bmatrix}^{T}$ 为重力加速度, $\mathbf{V}_{a,k}$ 为加速度计的量测噪声且服从高斯分布。

求式(6)第1项的雅可比矩阵,可得到加速度计的量测矩阵如式(7)所示:

$$\mathbf{Z}_{a,k} = \begin{bmatrix} q_{2,k} & -q_{3,k} & q_{0,k} & -q_{1,k} \\ -q_{1,k} & -q_{0,k} & -q_{3,k} & -q_{2,k} \\ -q_{0,k} & q_{1,k} & q_{2,k} & -q_{3,k} \end{bmatrix}$$
(7)

结合式(6)和(7)得到加速度计的量测方程如式(8) 所示:

$$a_k^b = \mathbf{Z}_{a,k} \cdot a^n + V_{a,k} \tag{8}$$

建立磁力计量测模型如式(9)所示:

$$\boldsymbol{h}_{k}^{b} = \boldsymbol{R}_{n}^{b}(\boldsymbol{q}_{k}) \cdot \boldsymbol{h}^{n} + \boldsymbol{V}_{h,k} \tag{9}$$

$$\mathbf{Z}_{h,k} = \begin{bmatrix}
\mathbf{B}_{1}q_{0,k} + \mathbf{B}_{2}q_{2,k} & \mathbf{B}_{1}q_{1,k} - \mathbf{B}_{2}q_{3,k} & -\mathbf{B}_{1}q_{2,k} + \mathbf{B}_{2}q_{0,k} & -\mathbf{B}_{1}q_{3,k} - \mathbf{B}_{2}q_{1,k} \\
-\mathbf{B}_{1}q_{3,k} - \mathbf{B}_{2}q_{1,k} & \mathbf{B}_{1}q_{2,k} - \mathbf{B}_{2}q_{0,k} & \mathbf{B}_{1}q_{1,k} - \mathbf{B}_{2}q_{3,k} & -\mathbf{B}_{1}q_{0,k} - \mathbf{B}_{2}q_{2,k} \\
\mathbf{B}_{1}q_{2,k} - \mathbf{B}_{2}q_{0,k} & \mathbf{B}_{1}q_{3,k} + \mathbf{B}_{2}q_{1,k} & \mathbf{B}_{1}q_{0,k} + \mathbf{B}_{2}q_{2,k} & \mathbf{B}_{1}q_{1,k} - \mathbf{B}_{2}q_{3,k}
\end{bmatrix}$$
(10)

结合式(9)、(10)得到加速度计的量测方程如式(11)所示:

$$\boldsymbol{h}_{k}^{b} = \boldsymbol{Z}_{h,k} \cdot \boldsymbol{q}_{k} + \boldsymbol{V}_{h,k} \tag{11}$$

2 解算算法

2.1 平方根容积卡尔曼滤波

假设系统的状态方程和量测方程如式(12)、(13) 所示:

状态方程:
$$x_k = f(x_{k-1}) + W_{k-1}$$
 (12)

量测方程:
$$z_k = \mathbf{H}_k x_k + V_k$$
 (13)

其中, x_k 为系统状态量, $f(\cdot)$ 为系统状态模型, z_k 为系统量测量, H_k 为系统量测矩阵, W_{k-1} 、 V_k 为系统噪声且满足 $E(W_iV_j')=0$, $E(W_iW_j')=0$, $E(V_iV_j)=0$, i=1,2,3, \cdots , i=1,2,3, i=1,2,3,

1)给定 CKF 的初始状态估计值 \hat{x}_0 和协方差矩阵 P_0 进行初始化

$$\hat{x}_0 = E[x_0] \tag{14}$$

$$P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^{\mathrm{T}}]$$
 (15)

2)对 k-1 时刻的方差阵 $\mathbf{S}_{k-1/k-1}$ 进行平方根分解,计算容积点 $\mathbf{X}_{k-1/k-1}^i$

$$P_{k-1/k-1} = \mathbf{S}_{k-1/k-1} \mathbf{S}_{k-1/k-1}^{\mathrm{T}}$$
 (16)

$$\chi_{k-1/k-1}^{i} = \hat{x}_{k-1/k-1} + S_{k-1/k-1} \xi_{i}$$
 (17)

其中, ξ_i 由三阶容积准则决定, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 表示 统 状 态 的 维 数。 $\xi_i =$

$$\sqrt{\frac{m}{2}} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} & \cdots & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} & \cdots & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -1 \end{pmatrix} \right], m =$$

2n 表示容积点的个数。

3) 容积点传播及状态预测

$$X_{k/k-1}^{i} = AX_{k-1/k-1}^{i} \tag{18}$$

$$\hat{x}_{k/k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \chi^{i}_{k/k-1}$$
 (19)

$$\boldsymbol{P}_{k/k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m} (\boldsymbol{X}_{k/k-1}^{i} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}) (\boldsymbol{X}_{k/k-1}^{i} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{k}$$

(20)

其中, $h^n = [B\cos\beta \ 0 \ -B\cos\beta]^T$ 为地磁场强度在 n 系的投影, $V_{h,k}$ 为磁力计量测噪声且服从高斯分布。 求式(9)第1项的雅可比矩阵,可得到磁力计的量测矩阵 如式(10) 所示:

其中, $X_{k/k-1}^i$ 为通过状态方程从 k-1 时刻传播到 k 时刻的容积点, $X_{k-1/k-1}^i$ 为 k-1 时刻的容积点, $\hat{x}_{k/k-1}$ 表示 k-1 时刻的状态估计值, $P_{k/k-1}$ 为 k-1 时刻的自相关协方差矩阵, Q_k 是状态噪声协方差矩阵。

4) 状态更新

$$Z_{k/k-1}^{i} = H \chi_{k/k-1}^{i} \tag{21}$$

$$\hat{z}_{k/k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} Z_{k/k-1}^{i}$$
 (22)

$$S_{k} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(Z_{k/k-1}^{i} - \hat{z}_{k/k-1} \right) \left(Z_{k/k-1}^{i} - \hat{z}_{k/k-1} \right)^{T} + R_{k}$$

(23)

$$C_{k} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(\chi_{k/k-1}^{i} - \hat{x}_{k/k-1} \right) \left(Z_{k/k-1}^{i} - \hat{z}_{k/k-1} \right)^{T}$$
 (24)

$$\boldsymbol{K}_{k} = \boldsymbol{C}_{k} \boldsymbol{S}_{k}^{-1} \tag{25}$$

其中, $Z_{k/k-1}^i$ 为通过量测方程从k-1时刻传播到k时刻的容积点, $\hat{z}_{k/k-1}$ 为k-1时刻的量测估计值, S_k 为自相关协方差矩阵, R_k 为量测噪声协方差矩阵, C_k 为互相关协方差矩阵, K_k 为卡尔曼滤波增益。

5)k 时刻的系统状态估计值 $\hat{x}_{k/k}$ 和估计误差协方差 $P_{k/k}$

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (Z_k - \hat{z}_{k/k-1})$$
 (26)

$$P_{k/k} = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^{\mathrm{T}} \tag{27}$$

2.2 基于 w-的观测值检测替换算法

为了精确表达系统发现模型误差的能力,使用基于容积卡尔曼滤波新息序列的粗差探测法 w-检测算法检验模型可靠性。存在容积卡尔曼滤波的新息序列 ε_k 如式(28)所示:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{k} = \boldsymbol{z}_{k} - \boldsymbol{H}_{k} \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1} \tag{28}$$

假设 H_0 : 当前观测值中存在误差; 假设 H_1 : 当前观测值中不存在误差。

此新息序列的协方差阵如式(29)所示:

$$D_{\varepsilon_{k/k-1}} = cov(\varepsilon_k) = cov(z_k - \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}) = \boldsymbol{R}_k + \boldsymbol{H}_k P_{k/k-1} \boldsymbol{H}_k^{\mathsf{T}}$$
(29)

其中, R_k 是量测噪声协方差矩阵。为了使新息序列的方差阵能够更精确的表征新息特性,使用协方差匹配对噪声协方差阵进行自适应改进,达到提高误差探测精

度的目的。

结合式(13)和(28)可以得到:

$$\varepsilon_k = \boldsymbol{H}_k x_k + V_k - \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1} = \boldsymbol{H}_k (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}) + V_k$$
(30)

定义 $\Delta \hat{x}_{k/k-1} = x_k - \hat{x}_{k/k-1}$ (31)

结合式(15)、(30)、(31)得到:

$$\boldsymbol{P}_{k/k-1} = E\left[\Delta \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1} \Delta \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}^{\mathrm{T}}\right]$$
 (32)

此时,新息协方差阵式(29)可以计算为:

$$E[\varepsilon_k \varepsilon_k^{\mathrm{T}}] = \boldsymbol{H}_k E[\Delta \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1} \Delta \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}^{\mathrm{T}}] \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k$$
 (33)
讲而得到噪声协方差矩阵.

$$\mathbf{R}_{k} = E\left[\boldsymbol{\varepsilon}_{k}\boldsymbol{\varepsilon}_{k}^{\mathrm{T}}\right] - \mathbf{H}_{k}E\left[\Delta\hat{x}_{k/k-1}\Delta\hat{x}_{k/k-1}^{\mathrm{T}}\right]\mathbf{H}_{k}^{\mathrm{T}}$$

$$\text{(34)}$$

新息序列的样本均值为:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{k-j} \tag{35}$$

根据协方差的定义来计算新息序列的协方差:

$$E[\varepsilon_{k}\varepsilon_{k}^{\mathrm{T}}] = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (\varepsilon_{k-i} - \bar{\varepsilon}) (\varepsilon_{k-i} - \bar{\varepsilon})^{\mathrm{T}}$$
 (36)

根据式(34)、(36)可以得出自适应量测噪声协方差 矩阵:

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{k} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{k-j} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \right) \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{k-j} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \right)^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{P}_{k/k-1} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}}$$
(37)

用式(37)中的 $\hat{\mathbf{R}}_k$ 代替式(29)中的 \mathbf{R}_k ,可得到新息方差阵的自适应改进,如式(38)所示:

$$D_{\varepsilon_{1/k-1}} = \hat{\boldsymbol{R}}_k + \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{P}_{k/k-1} \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}$$
 (38)

此时,假设 H_0 : $\varepsilon_{k/k-1} \sim N(0, D_{\varepsilon_{k/k-1}})$,若在第 k 时刻的第 i 个观测值 z_i 含有误差 $\nabla b_{i(k)}$,则其误差反应在新息上为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{k/k-1(b_{i(k)})} = \boldsymbol{\varepsilon}_{k/k-1(i)} + \nabla b_{i(k)} \tag{39}$$

这时,假设 $H_1: \mathcal{E}_{k/k-1(b_{i(k)})} \sim N(-e_k^i \nabla b_{i(k)}, D_{\mathcal{E}_{k/k-1}})$,其中, $e_k^i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T$, e_k^i 中只有第 i 行元素是 1,用标准化的新息表示检验标准 T_i ,得到式 (40):

$$T_{i} = \frac{e_{k}^{i \mathrm{T}} D_{\varepsilon_{k/k-1}}^{-1} \varepsilon_{k/k-1}}{\sqrt{e_{k}^{i \mathrm{T}} D_{\varepsilon_{k/k-1}}^{-1} e_{k}^{i}}}$$
(40)

在给定的误差概率 α 下其检验门限值 T_m 为:

$$T_{m} = N_{\frac{1-\alpha}{2}}(0,1) \tag{41}$$

当检验标准 T_i 小于检验门限值 T_m 时,认为假设 H_0 成立,其观测值不存在误差;否则认为假设 H_1 成立,其观测值存在误差。

在设定的误差概率 α 下所能探测到的最小误差 d_i 为:

$$d_i = \frac{T_m}{\sqrt{e_k^{i \mathrm{T}} D_{\varepsilon_{k/k-1}}^{-1} e_k^{i}}} \tag{42}$$

若某时刻的第i个观测值误差大于 d_i ,就认为此观测值误差较大不能得到很好的解算结果,对此观测值进行替换。

假设第 i 个观测值不符合最小误差标准,取此观测值前 m 个数据对此观测值进行预测并让其作为参考数列 $Y_0 = [Y_0(1)Y_0(2)\cdots Y_0(m)]$,引入两个矩阵, Y 矩阵为当前观测时刻前移 at 时刻的原数据矩阵,如式(43)所示, D 矩阵为当前观测时刻前移 at 时刻的误差矩阵,如式(44)所示。

原数据矩阵:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1(1) & Y_1(2) & \cdots & Y_1(m) \\ Y_2(1) & Y_2(2) & \cdots & Y_2(m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_k(1) & Y_k(2) & \cdots & Y_k(m) \end{bmatrix}$$
(43)

误差矩阵:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1(1) & D_1(2) & \cdots & D_1(m) \\ D_2(1) & D_2(2) & \cdots & D_2(m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ D_k(1) & D_k(2) & \cdots & D_k(m) \end{bmatrix}$$
(44)

其中, $Y_i(l) = Y(T_i - at)$, $D_i(l) = D(T_i - at)$, 表示在 当前时刻 T_i 前移 at 的数据值, 其中 $i = 1, 2, \cdots, k$, 表示第 k 行数据, $l = 1, 2, \cdots, m$, 表示第 m 列数据, a = m - l + 1, 表示某时刻的数据。

对式(43)和(44)的数据进行归一化处理消除量纲 影响,得到矩阵 Y^* , D^* :

$$Y_{i}^{*}(l) = \frac{Y_{i}(l)}{\frac{1}{m} \sum_{l=1}^{m} Y_{i}(l)}$$
(45)

$$D_{i}^{*}(l) = \frac{D_{i}(l)}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} D_{i}(l)}$$
(46)

为了更清楚地把握数据特性以及数据之间的关系, 使用信息熵来进行处理,如式(47)所示:

$$H(x) = -\sum P(x)\log_{2}[P(x)]$$
 (47)

式(47) 中的P(x) 使用蒙特卡洛实验进行计算,即:

$$P(x) = P\{X = x_i\} = \frac{n(x_i)}{\sum_{i=1}^{m} n(x_i)}$$
(48)

其中, $n(x_i)$ 为 x_i 出现的次数, $\sum_{i=1}^{m} n(x_i)$ 为实验进行的总次数。

将原数列和误差数列的数据都用信息熵进行计算,

得到的熵值如式(49)和(50)所示:

$$H(\mathbf{Y}^*) = \begin{bmatrix} H(Y_1^*) \\ H(Y_2^*) \\ \vdots \\ H(Y_k^*) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} H(Y_{1}^{*}(1)) & H(Y_{1}^{*}(2)) & \cdots & H(Y_{1}^{*}(m)) \\ H(Y_{2}^{*}(1)) & H(Y_{2}^{*}(2)) & \cdots & H(Y_{2}^{*}(m)) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H(Y_{k}^{*}(1)) & H(Y_{k}^{*}(2)) & \cdots & H(Y_{k}^{*}(m)) \end{bmatrix}$$

$$(49)$$

误差数列熵:

$$H(\boldsymbol{D}^*) = egin{bmatrix} H(D_1^*) \\ H(D_2^*) \\ \vdots \\ H(D_k^*) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} H(D_{1}^{*}(1)) & H(D_{1}^{*}(2)) & \cdots & H(D_{1}^{*}(m)) \\ H(D_{2}^{*}(1)) & H(D_{2}^{*}(2)) & \cdots & H(D_{2}^{*}(m)) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ H(D_{k}^{*}(1)) & H(D_{k}^{*}(2)) & \cdots & H(D_{k}^{*}(m)) \end{bmatrix}$$
(50)

确定原数列熵和误差数列熵之间的关系,根据式 (51)来进行协方差相关系数 $\lambda(Y^*(l),D^*(l))$ 的计算:

$$\lambda(Y^{*}(l),D^{*}(l)) = \sum_{i=1}^{k} | cov[H(Y_{i}^{*}(l)), H(D_{i}^{*}(l))]|$$
式中: $l = 1, 2, \dots, m$,表示第 m 列数据。

根据式(51)协方差相关系数得出此m个数据的权重系数 w_m ,如式(52)所示:

 $w_{m} = \frac{\lambda(Y^{*}(l), D^{*}(l))}{\sum_{l=1}^{m} \lambda(Y^{*}(l), D^{*}(l))}$ (52)

 $\sum_{l=1}^{n} \lambda(Y^{*}(l), D^{*}(l))$ 将第 k 时刻前 m 个数据进行线性组合得到填补的第 i 个值,如式(53)所示:

$$Y = \sum_{i=1}^{m} w_m Y_0(m)$$
 (53)

为了避免计算出来的填补数据出现较大偏差,用信息熵限定数据的范围,如式(54)所示:

$$H_{\min}(\mathbf{Y}^*) \leq H(\mathbf{Y}^*) \leq H_{\max}(\mathbf{Y}^*)$$
 (54)

3 算法流程

本文采用平方根容积卡尔曼滤波(SRCKF)来进行 姿态解算,为了能够精确地进行噪声估计得到更精确的 噪声协方差矩阵,使用协方差匹配法来进行自适应调节。 将 SRCKF 的新息方差阵用调节过的噪声协方差矩阵进行表示,利用 w-检验算法探测出加速度计和磁力计的最小粗差,判断在 k 时刻是否有观测值大于探测出的最小误差,若有,则利用此观测值之前的 n 个数据重新预测该观测值,之后将预测的新观测值插入原观测值的位置继续进行姿态解算;若没有,则认为所得到的误差全都在可接受范围之内,不进行处理,最后将陀螺仪姿态和处理过的加速度计和磁力计姿态分别作为状态和量测,利用 SRCKF 进行姿态融合,解算出最终姿态。算法流程如图 2 所示。

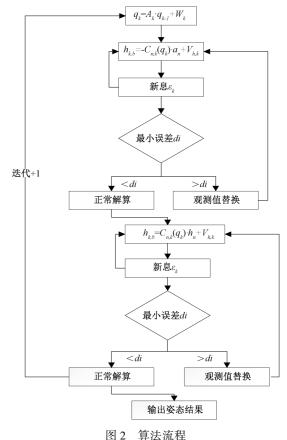


Fig. 2 Algorithm flow chart

4 实验验证

4.1 仿真实验

使用 MATLABR2021b 进行仿真实验,验证文中所提算法的有效性,设置滤波迭代总次数为 100 次,使用 CKF、EKF、UKF 进行对比实验,如图 3 所示。

根据图 3 所示,本文所提的算法估计值最接近真实值,估计误差最小,估计精度高于其他 3 种算法,CKF 估计值较稳定但估计精度不高,EKF 和 UKF 容易出现大数值偏差而且在滤波过程中也不够稳定,精度最差。为了从数值上直观的看出各种算法的精度,计算了这几种算

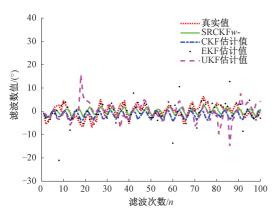


图 3 滤波对比仿真实验

Fig. 3 Comparative simulation experiment of filtering

法的均方根误差以及标准差。表1给出了几种算法的标准差和均方根误差。

表 1 算法误差对比

Table 1 Comparison of algorithm errors

算法	均方根误差/(°)	标准差/(°)
SRCKFw-	2. 134 7	1. 232 5
CKF	3. 592 3	1.458 2
EKF	8. 709 8	5. 021 4
UKF	5. 826 2	3. 363 2

通过表1的数据分析可得,本文算法的均方根误差和标准差均为几种算法中最低的,验证了算法在仿真实验中是确实可行的。

姿态角仿真对比图如图 4 所示,情况 1 表示原始姿态,情况 2 表示只进行模型误差校正的姿态,情况 3 表示只进行测量异常值误差校正的姿态,情况 4 表示同时进行模型误差和测量异常值校正的姿态。情况 2 较情况 1 改善了噪声的干扰,但无法完全避免。情况 3 不受噪声干扰但丢失了姿态变化的重要信息。情况 4 在改善噪声干扰的同时敏感姿态变化,提高解算精度。

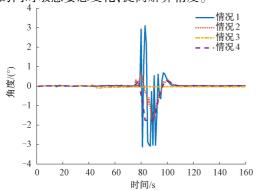


图 4 姿态角仿真对比

Fig. 4 Attitude angle simulation comparison diagram

4.2 实测实验

为了验证 SRCKFw-算法在惯性导航系统中的有效性,利用 MATLABR2021b、无磁双轴转台以及 IMU 进行实测实验验证,如图 5 所示。



图 5 双轴转台 Fig. 5 Double axis turntable

1)静态实验

将带芯片的载体放置在静止的无磁双轴转台,采样频率为50 Hz,采样时间为100 s,根据东北天坐标系使其 x 轴指向东,静止0.5 h 后进行采样,避免因为外界环境的不稳定导致采样数据出现较大偏差。

静态实验选择互补滤波和 CKF 作为对比,对比结果如图 6~8 所示,陀螺仪由于存在累积误差,使其解算结果接近线性输出,而加速度计和磁力计没有此类误差干扰,但自身误差影响造成解算结果不平滑,互补滤波的解算结果误差较 CKF 和 SRCKFw-都大,SRCKFw-算法相较于互补滤波和 CKF 来说,解算精度更高,解算结果均在0°附近,并且能稳定的估计姿态。

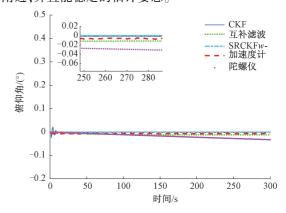


图 6 静态俯仰角 Fig. 6 Static pitch angle

为了进一步了解几种滤波的解算精度,在表 2 中给出了几种算法的标准差和均方根误差。

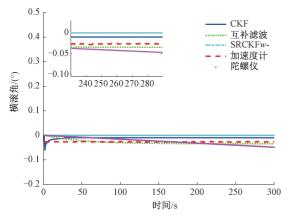


图 7 静态横滚角

Fig. 7 Static roll angle

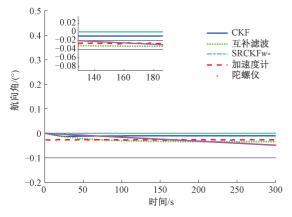


图 8 静态航向角

Fig. 8 Static yaw angle

表 2 算法误差对比

Table 2 Comparison of algorithm errors

算法		互补滤波	CKF	SRCKFw-
均方根 误差/(°)	俯仰角	0.106 0	0.029 0	0.0180
	横滚角	0. 297 3	0.1127	0.0249
	航向角	0.422 9	0.144 0	0. 041 1
标准差/ (°)	俯仰角	0. 291 4	0. 230 6	0. 028 1
	横滚角	0.1801	0.042 1	0.015 2
	航向角	0. 250 6	0. 210 6	0.0978

从表 2 中能看出所提 SRCKFw-算法相比互补滤波和 CKF 算法,静态时姿态估计的均方根误差和标准差都有明显降低,验证了所提算法的有效性。

2) 动态实验

对带有芯片的载体进行无磁双轴转台转动实验,将载体平稳固定在转台上,转台测角精度为方位轴±3",俯仰角±5",转动转台按照0°—-x90°—-0°—-y90°—-0°方位进行转动并记录转台转动的运动姿态,采样频率为50 Hz,采样时间为126 s,使用 CKF 进行对比实验。

根据图 9~11 的姿态对比图可知, CKF 虽然能及时跟踪到姿态信息的变化,且不受姿态信息变化的干扰,但解算精度不及 SRCKFw-算法,在俯仰角解算的第 63 s 后和横滚角解算的第 113 s 后精度在一定程度上有所下降, SRCKFw-算法在姿态信息变化的时候也可以及时准确的估计,在解算航向角时不受磁力计"尖峰"影响,且能够准确平滑解算姿态,验证了算法的有效性。

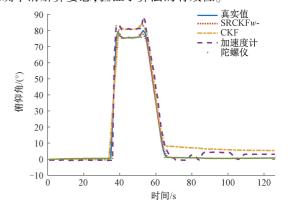


图 9 动态俯仰角

Fig. 9 Dynamic pitch angle

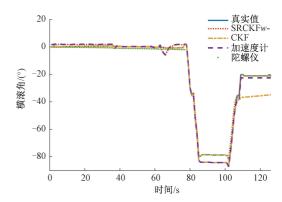


图 10 动态横滚角

Fig. 10 Dynamic roll angle

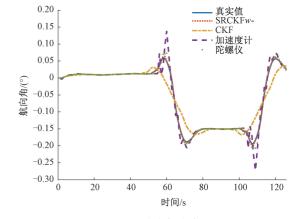


图 11 动态航向角

Fig. 11 Dynamic yaw angle

结 论

针对惯性导航受到模型误差和测量异常值误差,滤 波易受误差影响出现精度差甚至滤波发散的问题。本文 提出了一种基于 SRCKFw-检测的姿态解算算法,首先对 于模型误差的问题,用协方差匹配法对新息进行自适应 调整,使新息序列能更好的反映系统特性,也提高了数据 探测精度,其次对于测量异常值的问题,使用 w-算法检 测出异常值然后使用观测值替换准则进行异常值的替 换。实验验证表明,算法可以在受到模型误差和测量异 常值误差的情况下,准确地进行姿态估计。

参考文献

- $\lceil 1 \rceil$ BIJJAHALLI S, SABATINI R. A high-integrity and lowcost navigation system for autonomous vehicles [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22(1): 356-369.
- [2] CHAE H W, JI H C, SONG J B. Robust and autonomous stereo visual-inertial navigation for nonholonomic mobile robots [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020,69(9):9613-9623.
- 王晓雷, 闫双建, 曹玲芝, 等. 基于多传感器零速修正 [3] 的行人导航系统研究[J]. 电子测量与仪器学报. 2019,33(4):58-64. WANG X L, YAN SH J, CAO L ZH, et al. Research on pedestrian navigation system based on multi-sensor zero speed correction [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(4):58-64.
- 刘旭航,刘小雄,章卫国,等. 考虑运动加速度干扰的 无人机姿态估计算法[J]. 哈尔滨工业大学学报. 2022,54(6):12-18. LIU X H, LIU X X, ZHANG W G, et al. UAV attitude estimation algorithm considering motion acceleration disturbance [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2022,54(6):12-18.
- 孙伟,杨一涵,王野.基于椭球拟合的磁力计误差校正 方法 研 究 [J]. 传 感 技 术 学 报. 2018, 31 (9): 1373-1376. SUN W, YANG Y H, WANG Y. Research on error correction of magnetometer based on ellipsoid fitting[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2018,31(9): 1373-1376.
- 米刚,田增山,金悦,等. 基于 MIMU 和磁力计的姿态 更新算法研究[J]. 传感技术学报. 2015, 28(1): 43-48. MI G, TIAN Z SH, JIN Y, et al. MIMU update algorithm based on the posture and magnetometer [J].

- Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2015,28(1):
- [7] 乔美英,高翼飞,李宛妮,等. 基于模糊鲁棒自适应 CKF 算法的 MEMS-IMU 姿态估计[J]. 中国惯性技术 学报,2022,30(3):296-303. QIAO M Y, GAO Y F, LI W N, et al. Attitude estimation of MEMS-IMU based on fuzzy robust adaptive CKF algorithm [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2022, 30(3):296-303.
- 卢艳军,陈雨荻,张晓东,等. 基于扩展 Kalman 滤波的 姿态信息融合方法研究[J]. 仪器仪表学报,2020, 41(9):281-288. LU Y J, CHEN Y D, ZHANG X D, et al. Attitude information fusion method based on extended Kalman filter [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020,
- [9] JULIER S, UHLMANN J, DURRANT-WHYTE H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. IEEE Trans Automatic Control, 2000, 45(3):477-482.

41(9):281-288.

[10]

- 崔冰波,吉峰,孙宇,等. 高斯过程改进的鲁棒容积卡 尔曼滤波及其组合导航应用[J]. 电子测量与仪器学 报,2021,35(9):34-40. CUI B B, JI F, SUN Y, et al. Gaussian process enhanced robust cubature Kallman filter and application in integrated navigation [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(9): 34-40.
- [11] WANG S, FENG J, TSE C K. Spherical simplex-radial cubature Kalman filter [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(1):43-46.
- ZHAO Y, YAN G, QIN Y, et al. Information fusion [12] based on complementary filter for SINS/CNS/GPS integrated navigation system of aerospace plane [J]. Sensors, 2020, 20(24):7193.
- [13] 魏韡,宋晓东,王刚. 改进型自适应互补滤波 MEMS-IMU 姿态解算实现[J]. 电子测量技术,2020,43(24): 81-86. WEI W, SONG X D, WANG G. Implementation of MEMS-IMU attitude calculation based on improved complementary adaptive filter [J].
- [14] 李磊,高嵩,陈超波,等. 粒子滤波综述[J],国外电子 测量技术. 2020,39(6):6-12. LI L, GAO S, CHEN CH B, et al. Overview of particle

Measurement Technology, 2020,43(24):81-86.

- filtering [J]. Foreign Electronic Technology, 2020, 39(6):6-12.
- [15] LIC, MAJ, YANGY, et al. Adaptively robust squareroot cubature Kalman filter based on amending [J]. IEEE

Access, 2021, 9:47579-47587.

- [16] MENG Y, GAO S, ZHONG Y, et, al. Covariance matching based adaptive unscented Kalman filter for direct filtering in INS/GNSS integration [J]. Acta Astronautica, 2016,120;171-181.
- [17] 鲁铁定,杨元喜,周世健.均值漂移模式几种粗差探测 法的 MDB 比较[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2019,44(2):185-192,199.
 - LU T D, YANG Y X, ZHOU SH J. Comparative analysis of MDB for different outliers detection methods [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2019,44(2):185-192,199.
- [18] 虢盛,徐进立,张绍成,等. 均值漂移模型实现 GPS/BDS 导航完好性监测 [J]. 导航定位学报, 2022, 10(3):53-58.

 GUO SH, XU J L, ZHAO SH CH, et al. GPS/BDS integrity monitoring based on the mean shift model [J]. Journal of Navigation and Positioning, 2022, 10(3): 53-58.
- [19] YANG J, RAHARDJA S, FRÄNTI P. Mean-shift outlier detection and filtering [J]. Pattern Recognit, 2021, 115:107874.
- [20] ZHANG H, XIE J, GE J, et al. Adaptive strong tracking square-root cubature Kalman filter for maneuvering aircraft tracking [J]. IEEE Access, 2018, 6:

10052-10061.

作者简介



乔美英,2000 年于太原理工大学获得学士学位,2003 年于河南理工大学获得硕士学位,2012 年于中国矿业大学获得博士学位,现为河南理工大学电气工程与自动化学院副教授,主要研究方向为惯性测量及其数据分析与处理。

E-mail: qiaomy@ hpu. edu. cn

Qiao Meiying received her B. Sc. degree from Taiyuan University of Technology in 2000, M. Sc. degree from Henan Polytechnic University in 2003 and Ph. D. degree from China University of Mining and Technology in 2012, respectively. Now she is an associate professor in Henan Polytechnic University. Her main research interests include inertial measurement and data analysis and processing.



李宛妮,2020年于黄河交通学院获得学士学位,现为河南理工大学硕士研究生,主要研究方向为惯性导航、随钻测量。

E-mail: li_wanni@ 163. com

Li Wanni received her B. Sc. degree from Huanghe Jiaotong University in 2020.

Now she is a M. Sc. candidate at Henan Polytechnic University. Her research interests include inertial navigation and measurement while drilling.