DOI：10. 13382/j. jemi. B2306183

基于改进的 Sage-Husa 滤波 MEMS 陀螺阵列降噪技术研究*

张佳宁　李平华　庄须叶

（山东理工大学机械工程学院　淄博　255000）

摘　要：为充分挖掘 MEMS 陀螺的性能，提高 MEMS 陀螺在实际应用中的精度，通过搭建四陀螺阵列结合改进的 Sage-Husa 滤波算法对陀螺阵列的输出信号进行降噪，在不改变陀螺加工工艺和显著提高生产成本的条件下有效提高了 MEMS 陀螺仪的实际性能。通过分析 MEMS 陀螺仪的系统误差和随机误差，搭建误差模型，利用传统卡尔曼滤波、移动平均滤波、小波阈值去噪和改进的 Sage-Husa 滤波算法对单个陀螺和陀螺仪阵列进行降噪处理，实验对比发现改进的 Sage-Husa 滤波算法和陀螺仪阵列结合后能有效降低陀螺的输出噪声。利用 Allan 方差分析陀螺仪阵列经过改进的 Sage-Husa 算法滤波后的随机误差，四陀螺阵列角度随机游走从 $0.40°/\sqrt{h}$ 降低到 $0.03°/\sqrt{h}$，零偏不稳定性从 71. 11°/h 降低到 5. 83°/h，有效提高了 MEMS 陀螺在实际应用中的性能。

关键词： MEMS 陀螺仪；Sage-Husa 算法；卡尔曼滤波；Allan 方差；陀螺阵列

中图分类号： TP23；TN98　　**文献标识码：** A　　**国家标准学科分类代码：** 510. 40

Research on noise reduction technology based on improved Sage-Husa filtered MEMS gyroscope arrays

Zhang Jianing　Li Pinghua　Zhuang Xuye

（Shandong University of Technology, Zibo 255000, China）

Abstract： In order to fully exploit the performance of the MEMS gyroscope and improve the accuracy of the MEMS gyroscope in practical applications, the output signal of the gyroscope array is denoised by constructing a four-gyroscope array combined with the improved Sage-Husa filtering algorithm. The actual performance of the MEMS gyroscope is effectively improved without changing the gyroscope processing technology and significantly increasing the production cost. By analyzing the systematic error and random error of MEMS gyroscope, the error model is built. The traditional Kalman filter, moving average filter, wavelet threshold denoising and the improved Sage-Husa filtering algorithm are used to denoise the single gyroscope and gyroscope array. Experimental comparison shows that the improved Sage-Husa filtering algorithm combined with the gyroscope array can effectively reduce the output noise of the gyroscope. The random error of the gyroscope array filtered by the improved Sage-Husa algorithm is analyzed by Allan variance. The angle random walk of the four gyroscope array is reduced from $0.40°/\sqrt{h}$ to $0.03°/\sqrt{h}$, and the bias instability is reduced from 71. 11°/h to 5. 83°/h, which effectively improves the performance of MEMS gyroscope in practical applications.

Keywords： MEMS gyroscope; Sage-Husa algorithm; Kalman filter; Allen variance; gyro array

0　引　言

随着 MEMS 产业的大力发展，MEMS 陀螺以成本低、体积小、易批量化生产等特点在惯性导航系统中得到了广泛的应用。但由于 MEMS 陀螺的精度一般较低，限制了其在高精度导航领域的应用[1]。通过优化软件算法等后处理手段对 MEMS 陀螺仪的输出精度进行提高，能够在不大幅增加陀螺制备工艺难度和成本的基础上，有效扩大 MEMS 陀螺的应用领域[2-3]。

收稿日期：2023-01-07　　Received Date：2023-01-07

＊基金项目：泰山学者青年专家项目（201909108）、淄博市重点研发计划项目（2020SNPT0088）、山东省自然基金面上项目（ZR2021MF042）、山东省精密制造与特种加工重点实验室项目资助

西北工业大学 Chang 等[4]提出将 6 个相同的陀螺仪组合形成陀螺阵列,通过卡尔曼滤波后,偏置不稳定性从单个陀螺的 62°/h 提高到 16.862°/h,验证了多陀螺阵列可提高 MEMS 陀螺仪精度的可行性;东南大学[5]提出改进的 AR(3)模型结合改进的 SHAKF 算法对光纤陀螺随机漂移误差进行实时滤波,基于 Allan 方差分析,SHAKF 去噪效果比传统方法提高 30%,单噪声最小拟合精度为 93.2%;索艳春[6]提出采用 Sage-Husa 滤波器对 MEMS 陀螺随机误差进行建模补偿,建立 ARMA 随机误差模型,经过卡尔曼滤波和 SHAKF 滤波后分别提高了 17.4%、26.2%;Shen 等[7]提出了一种具有双重不确定性的多模型组合滤波器来集成多个陀螺仪的输出,建立了一种描述角速度的双噪声加速模型,实验结果表明,该方法估计的速率信号的均方根误差从 0.491 6°/s 降低到 0.147 8°/s;Xue 等[8]搭建了冗余陀螺仪系统,设计了一种融合冗余陀螺仪多个信号的优化算法,通过融合冗余测量值可以准确估计 3 个坐标轴的信号,单个陀螺仪的漂移误差得到了较好的补偿效果。实验结果表明,X 轴、Y 轴和 Z 轴上的速率随机游走和角随机游走噪声分别降低了 3.7 倍和 3.2 倍。

针对 MEMS 陀螺仪精度较低的问题,提出采用陀螺仪阵列和改进的 Sage-Husa 滤波算法结合来提高输出精度。将 4 个 MEMS 陀螺仪组成阵列输出角速度信号,利用 Allan 方差辨识噪声特征后通过传统卡尔曼滤波、移动平均滤波、小波阈值去噪 3 种算法进行滤波,实现较高的输出精度[9-11]。考虑到传统的卡尔曼滤波算法存在的滤波发散问题,引入改进的 Sage-Husa 滤波算法优化卡尔曼滤波中测量噪声协方差矩阵 $\boldsymbol{R}$,有效解决了滤波发散问题[12],通过在 MATLAB 的 Simulink 中建立随机误差模型模拟陀螺发生器对设计结果进行了仿真验证。结果表明,所提改进的 Sage-Husa 滤波算法能够有效降低四陀螺阵列的随机误差。

1 MEMS 陀螺的误差分析

1.1 误差分析

MEMS 陀螺仪的误差主要由确定性误差和随机误差组成,前者是指安装误差、恒定偏差、失准误差、比例因子、加工误差、零点漂移、非正交性误差、扰动误差和环境敏感误差;后者是指由不确定因素引起的随机漂移,其误差源主要来自机械噪声、电子噪声、环境噪声和其他随机噪声源。这种不确定的噪声很容易受到结构、电路和环境因素的影响。其中确定性误差具有一定的规律性,可以通过实验标定来进行校正补偿。而随机误差产生的机制是复杂且无规律的,很难定量地补偿所引起的误差。并且误差建模困难,需要通过寻找合适的滤波方法加以补偿。常见的随机误差主要有 5 类,分别是零偏不稳定性、角度随机游走、角速率随机游走、速率斜坡、量化噪声。本文将重点研究降低陀螺仪零偏不稳定性、角度随机游走和速率随机游走等 3 类噪声的方法。

1.2 陀螺仪阵列融合数学模型

1)随机误差模型

通过误差分析并结合 MEMS 陀螺仪自身的精度问题,选择典型随机误差模型[13]:

$$\begin{cases} y_i(t) = \omega(t) + b_i(t) + n_i(t) \\ b_i(t) = \varpi_{bi}(t) \end{cases} \tag{1}$$

其中,$i = 1, 2, \cdots, N$ 表示陀螺阵列中的陀螺仪个数,本次实验取 $i = 4$。$y_i(t)$ 是第 i 个陀螺仪实际输出的角速率值,$\boldsymbol{\omega}(t)$ 是陀螺仪的真实角速率,$b_i(t)$ 是第 i 个陀螺偏置漂移由角速率随机游走过程中白噪声 ϖ_{bi} 驱动,$n_i(t)$ 是第 i 个陀螺由角随机游走噪声驱动的白噪声。其中 $\varpi_{bi}(t)$ 和 $n_i(t)$ 皆为白噪声项,它们的单位分别是 $\mathrm{rad/sec^{1.5}}$ 和 $\mathrm{rad/sec^{0.5}}$,为了使误差源的单位统一到角速率水平,将 $\varpi_{bi}(t)$ 和 $n_i(t)$ 都乘上时间标度因子 $1/\sqrt{T_s}$,这里的 T_s 是陀螺仪的采样周期。

2)卡尔曼的状态空间模型

将真实角速率信号 $\boldsymbol{\omega}$ 搭建一个特定的模型,采用随机游走方法:

$$\boldsymbol{\omega} = n_\omega \tag{2}$$

其中,n_ω 是零均值高斯白噪声,其方差记为 q_ω。

对于 MEMS 四陀螺阵列,式(1)可以写成:

$$\begin{cases} \boldsymbol{b} = [\varpi_{b1} \quad \varpi_{b2} \quad \varpi_{b3} \quad \varpi_{b4}]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{I} * \omega + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{V} \end{cases} \tag{3}$$

其中,$\boldsymbol{Z} = [y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4]^{\mathrm{T}}$ 是陀螺仪的测量值,$\boldsymbol{I} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{b} = [b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4]^{\mathrm{T}}$ 中 b_i 是第 i 个陀螺仪的角速率随机游走(rate random walk,RRW)噪声,$\boldsymbol{V} = [n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad n_4]^{\mathrm{T}}$ 中 n_i 是第 i 个陀螺仪的角度随机游走(angular random walk,ARW)噪声。

利用卡尔曼滤波对输入角速率 $\boldsymbol{\omega}$ 和偏置漂移 $\boldsymbol{b}$ 进行估计,两者组成状态向量:

$$\boldsymbol{X}(t) = [\boldsymbol{b} \quad \boldsymbol{\omega}]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

根据式(2)和(3),得卡尔曼滤波的状态方程:

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}(t) = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{X}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \\ \boldsymbol{Z}(t) = \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{X}(t) + \boldsymbol{v}(t) \end{cases} \tag{5}$$

由式(5)可得卡尔曼滤波离散化状态空间方程[14]为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}_k = \boldsymbol{A}\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{W}_{k-1} \\ \boldsymbol{Z}_k = \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{X}_k + \boldsymbol{V}_k \end{cases} \tag{6}$$

其中,$\boldsymbol{X}_k$ 是状态变量,$\boldsymbol{A}$ 是状态矩阵,$\boldsymbol{H}_k$ 为量测矩阵,$\boldsymbol{Z}_k$ 是测量矩阵,添加过程噪声 $\boldsymbol{W}_{k-1}$、测量噪声 $\boldsymbol{V}_k$,两者互不相关。满足下列条件:

$$\begin{cases} E[\boldsymbol{W}_{k-1}] = 0 \\ Cov[\boldsymbol{W}_{k-1}, \boldsymbol{W}_j] = E[\boldsymbol{W}_{k-1}\boldsymbol{W}_j^{\mathrm{T}}] = \boldsymbol{Q}\delta_{kj} \\ E[\boldsymbol{V}_k] = 0 \\ Cov[\boldsymbol{V}_k, \boldsymbol{V}_j] = E[\boldsymbol{V}_k\boldsymbol{V}_j^{\mathrm{T}}] = \boldsymbol{R}\delta_{kj} \end{cases} \tag{7}$$

其中，$\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{R}$ 分别是过程噪声和测量噪声的协方差矩阵，δ_{kj} 是狄拉克函数。由于同型号 MEMS 陀螺仪的生产技术和所用材料都相同，故阵列中各个陀螺具有相关性，陀螺仪阵列中的噪声同样具有相关性，则有：

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 & \rho_{34} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{143} & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_b & 0 \\ 0 & q_\omega \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{Q}_b = \begin{bmatrix} \sigma_{b1}^2 & \rho_{12} \cdot \sqrt{\sigma_{b2}^2\sigma_{b1}^2} & \cdots & \rho_{14} \cdot \sqrt{\sigma_{b1}^2\sigma_{b4}^2} \\ \rho_{21} \cdot \sqrt{\sigma_{b2}^2\sigma_{b1}^2} & \sigma_{b2}^2 & \cdots & \rho_{24} \cdot \sqrt{\sigma_{b2}^2\sigma_{b4}^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{41} \cdot \sqrt{\sigma_{b4}^2\sigma_{b1}^2} & \rho_{42} \cdot \sqrt{\sigma_{b4}^2\sigma_{b2}^2} & \cdots & \sigma_{b4}^2 \end{bmatrix}_{4\times4} \tag{10}$$

其中，$\sigma_{b,i}^2$ 是第 i 个陀螺仪的 RRW 噪声方差，ρ_{ij} 是对应阵列中第 i 个陀螺仪和第 j 个陀螺仪之间的相关系数。当 $\rho = 0$ 表示陀螺仪之间无相关性；$\rho = \pm 1$ 表示相关性最大；$-1 < \rho < 1$ 表示两者之间存在一定的相关性。

式(11)~(15)是传统卡尔曼[15]的核心计算公式。预测过程公式(11)、(12)如下：

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{-} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{-} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \Gamma_{k-1}\boldsymbol{Q}_{k-1}\Gamma_{k-1}^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

校正过程公式(13)、(14)如下：

$$\boldsymbol{K}_k = \boldsymbol{P}_{k/k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k/k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k)^{-1} \tag{13}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k = \hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{-} + \boldsymbol{K}_k(\boldsymbol{Z}_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{-}) \tag{14}$$

更新误差协方差公式(15)如下：

$$\boldsymbol{P}_k = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{H}_k)\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{-} \tag{15}$$

其中，$\boldsymbol{K}_k$ 是卡尔曼滤波增益，$\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{-}$ 是先验误差协方差，$\boldsymbol{P}_k$ 是误差协方差，$\widehat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{-}$ 是利用 $k-1$ 时刻的估计值对 k 时刻进行估计，称为先验估计值，$\widehat{\boldsymbol{X}}_k$ 是后验估计值，$\boldsymbol{Q}$ 为过程噪声的协方差矩阵，$\boldsymbol{R}$ 为测量噪声的协方差矩阵。

2 改进的 Sage-Husa 滤波方法

传统卡尔曼滤波算法中状态空间模型和噪声的统计特性被假设为高斯分布[16]，这种假设使得卡尔曼滤波的性能会随着时间的推移而下降，为了避免滤波发散问题，提出了基于 Sage-Husa 算法的改进应用[17]。

在式(6)的基础上，考虑随机线性离散系统：

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}_k = \boldsymbol{A}\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{W}_{k-1}^{*} \\ \boldsymbol{Z}_k = \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{X}_k + \boldsymbol{V}_k^{*} \end{cases} \tag{16}$$

其中，$\boldsymbol{W}_{k-1}^{*}$ 和 $\boldsymbol{V}_k^{*}$ 分别是过程噪声序列和测量噪声序列，具有时变均值和协方差矩阵，相互独立。其期望值符合下列条件：

$$\begin{cases} E[\boldsymbol{W}_k^{*}] = \boldsymbol{q}_k \\ E[(\boldsymbol{W}_k^{*} - \boldsymbol{q}_k)(\boldsymbol{W}_k^{*\mathrm{T}} - \boldsymbol{q}_k)] = \boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{\delta}_{kj} \\ E[\boldsymbol{V}_k^{*}] = \boldsymbol{r}_k \\ E[(\boldsymbol{V}_k^{*} - \boldsymbol{r}_k)(\boldsymbol{V}_k^{*\mathrm{T}} - \boldsymbol{r}_k)] = \boldsymbol{R}_k\boldsymbol{\delta}_{kj} \end{cases} \tag{17}$$

进而推导出 Sage-Husa 卡尔曼滤波器，式(6)变形为：

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}_k = \boldsymbol{A}\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{q}_k + \boldsymbol{W}_{k-1} \\ \boldsymbol{Z}_k = \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{X}_k + \boldsymbol{r}_k + \boldsymbol{V}_k \end{cases} \tag{18}$$

式中：$\boldsymbol{W}_{k-1}$ 和 $\boldsymbol{V}_k$ 分别是过程噪声和测量噪声，均为高斯白噪声。

则有：

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{-} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1} + \hat{\boldsymbol{q}}_{k-1} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{e}_k = \boldsymbol{Z}_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{-} - \hat{\boldsymbol{r}}_k \tag{20}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k = \hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{-} + \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{e}_k \tag{21}$$

进而：

$$E[\boldsymbol{e}_k\boldsymbol{e}_k^{\mathrm{T}}] = \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{-}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k \tag{22}$$

协方差矩阵和增益为：

$$\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{-} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \hat{\boldsymbol{Q}}_{k-1} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{K}_k = \boldsymbol{P}_{k/k-1}^{-}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{-}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + \hat{\boldsymbol{R}}_k)^{-1} \tag{24}$$

$$\boldsymbol{P}_k = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{H}_k)\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{-} \tag{25}$$

式(19)~(25)中的 $\hat{\boldsymbol{r}}_k$、$\hat{\boldsymbol{R}}_k$，$\hat{\boldsymbol{q}}_k$，$\hat{\boldsymbol{Q}}_k$ 具体公式如下，令 $\lambda = 1 - d_k$。

$$\hat{\boldsymbol{r}}_k = \lambda\hat{\boldsymbol{r}}_{k-1} + d_k(\boldsymbol{Z}_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{-}) \tag{26}$$

$$\hat{\boldsymbol{R}}_k = \lambda\hat{\boldsymbol{R}}_{k-1} + d_k(\boldsymbol{e}_k\boldsymbol{e}_k^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{-}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}) \tag{27}$$

$$\hat{\boldsymbol{q}}_k = \lambda\hat{\boldsymbol{q}}_{k-1} + d_k(\hat{\boldsymbol{X}}_k - \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}) \tag{28}$$

$$\hat{\boldsymbol{Q}}_k = \lambda\hat{\boldsymbol{Q}}_{k-1} + d_k(\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{e}_k\boldsymbol{e}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{P}_k - \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}) \tag{29}$$

其中，$d_k = \dfrac{1-b}{1-b^{k+1}}$ 是校正因子，$d_0 = 1$，b 是遗忘因子，$0 < b < 1$，一般取值为 0.95~0.99。

3　实验验证

3.1　实验介绍

为了提高 MEMS 陀螺的性能，实验采用 4 个 MPU_6050 型六轴 MEMS 陀螺组成陀螺阵列。将其固定放置在光学平台上，保证四陀螺阵列静止。由于所用陀螺设定的带宽为 40 Hz，设置采样频率为 150 Hz，共采集 72 000 个数据，每采样 10 个数据选取其中一个作为研究样本。室温 25 ℃下预热 2 h 后，开始采集 4 个陀螺输出的角速率，并通过 USART 发送到 PC 端记录，并采用滤波算法进行实时滤波，实现对 MEMS 陀螺阵列的误差补偿。陀螺阵列系统如图 1 所示。将采集得到的 4 个陀螺的角速率信号采用加权平均的方法形成陀螺阵列角速率。

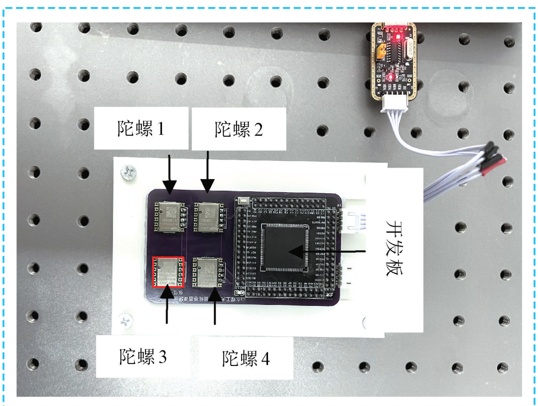


图 1　陀螺阵列系统

Fig. 1　Gyro array system

3.2　静态实验

当开始采集时，上位机得到四陀螺的原始角速率输出数据如图 2 所示，由图可知，4 个陀螺的角速率输出范围在 $-1.2°/s \sim 1.5°/s$，数据杂乱且性能较低。根据 MEMS 陀螺随机噪声的特性，选取 4 种滤波去噪算法进行数据处理。分别是卡尔曼滤波、移动平均滤波、小波阈值去噪和改进的 Sage-Husa 算法。利用这 4 种滤波方法对陀螺输出信号进行滤波后，得到的单个陀螺和陀螺阵列的滤波效果对比图如图 3 所示，由图可见，陀螺阵列经过 4 种方法滤波后，比单个陀螺的精度更高。其中，陀螺 1 和陀螺阵列经过改进的 Sage-Husa 算法滤波后，其原始数据和滤波后的数据对比效果如图 4 所示。

将图 3、4 的滤波结果通过计算 1σ 标准偏差进行总结，如表 1 所示。

由表 1 的数据可以看出，通过卡尔曼滤波、移动平均滤波、小波阈值去噪和改进的 Sage-Husa 算法滤波之后，单个陀螺和陀螺阵列的精度都得到了提高。单个陀螺原始数据的 1σ 标准偏差约为 0.478 4°/s，采用卡尔曼滤波算法、移动平均滤波和小波阈值去噪处理后的 1σ 标准偏差分别降低了 3.8 倍、4 倍和 5.5 倍；陀螺阵列原始角速率数据的 1σ 标准偏差约为 0.172 3°/s，采用卡尔曼滤波算法、移动平均滤波和小波阈值去噪处理后的 1σ 标准偏差分别降低了 2.3 倍、3.6 倍和 4.6 倍；其中，改进的 Sage-Husa 算法的滤波效果最为明显，将单个陀螺的标准

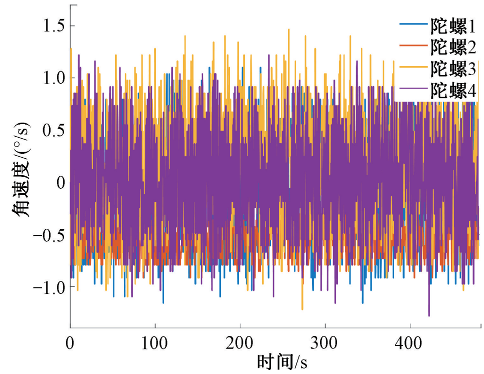


图 2　4 个陀螺静态角速率输出数据

Fig. 2　Four gyro static angular rate output data

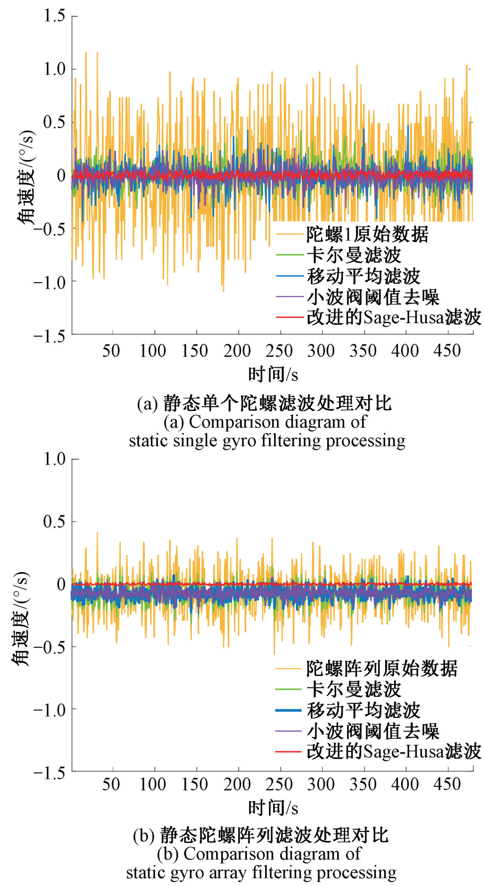


图 3　静态条件下单个陀螺和四陀螺阵列滤波处理结果

Fig. 3　Filtering results of single gyro and four gyro array under static conditions

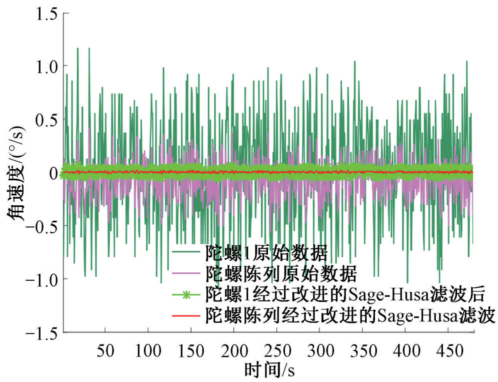


图 4　单个陀螺和陀螺阵列滤波后的效果对比

Fig. 4　Comparison of filtering effect between single gyro and gyro array

偏差从 0.478 4°/s 降低到 0.027 5°/s，约 17.4 倍；四陀螺阵列的标准偏差从 0.172 3 降低到 0.006 6°/s，约 26 倍。

表 1　各种滤波算法前后标准偏差对比

Table 1　Comparison of standard deviation before and after various filtering algorithms

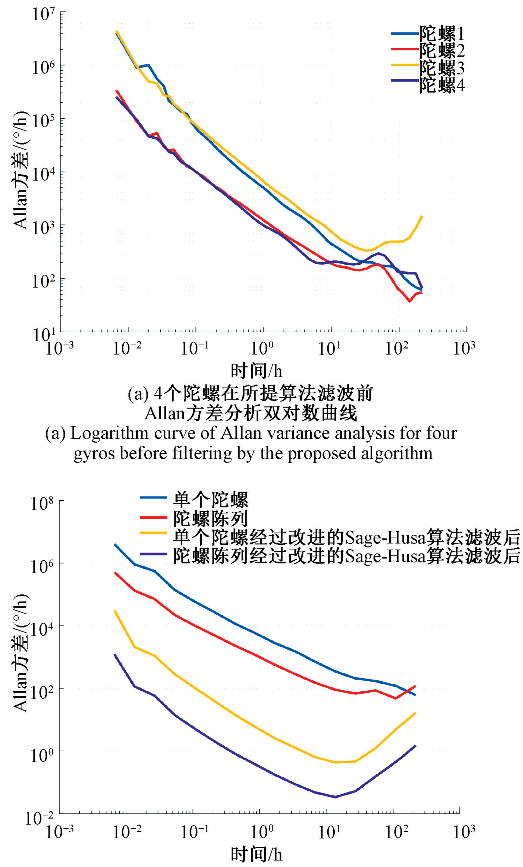
类型	原数据滤波前	卡尔曼滤波后	移动平均滤波后	小波阈值去噪后	改进 Sage-Husa 算法滤波后
单个陀螺/(°/s)	0.478 4	0.125 5	0.118 5	0.087 7	0.027 5
陀螺阵列/(°/s)	0.172 3	0.073 5	0.048 2	0.037 5	0.006 6

为进一步验证陀螺阵列方法的可行性以及改进的 Sage-Husa 算法的有效性，对 4 个陀螺的原始输出以及陀螺阵列经过改进的 Sage-Husa 算法滤波后得到的数据进行了 Allan 方差分析。通过 Allan 方差辨识主要随机误差项[18]。本文重点对角随机游走和零偏不稳定性两种随机误差的改善效果进行了分析。

4 个陀螺原始数据的 Allan 方差分析双对数曲线图如图 5(a)所示。单个陀螺原始数据和陀螺阵列原始数据经过改进的 Sage-Husa 算法滤波后的 Allan 方差分析如图 5(b)所示。

由图 5 中 Allan 方差的分析结果可以得到，单个陀螺和陀螺阵列的角速率通过改进的 Sage-Husa 算法滤波后，角度随机游走和零偏不稳定性都得到了较好的补偿效果。采用改进的 Sage-Husa 算法滤波后，单个陀螺的角度随机游走 0.70°/$\sqrt{h}$ 降低到 0.17°/$\sqrt{h}$，零偏不稳定性从 222.79°/h 降低到 31.61°/h。从陀螺阵列的角度随机游走从 0.40°/$\sqrt{h}$ 降低到 0.03°/$\sqrt{h}$，零偏不稳定性从 71.11°/h 降低到 5.83°/h。

单个陀螺和陀螺阵列经过改进的 Sage-Husa 算法滤波后，其数据输出对比如图 6 所示。



(a) 4个陀螺在所提算法滤波前 Allan方差分析双对数曲线

(a) Logarithm curve of Allan variance analysis for four gyros before filtering by the proposed algorithm

(b) 单个陀螺和陀螺阵列经所提算法滤波后 Allan方差分析双对数曲线

(b) Logarithm curve of Allan variance analysis for single gyro and gyro array filtered by the proposed algorithm

图 5　滤波前后 Allan 方差分析图

Fig. 5　Allan variance analysis diagram before and after filtering

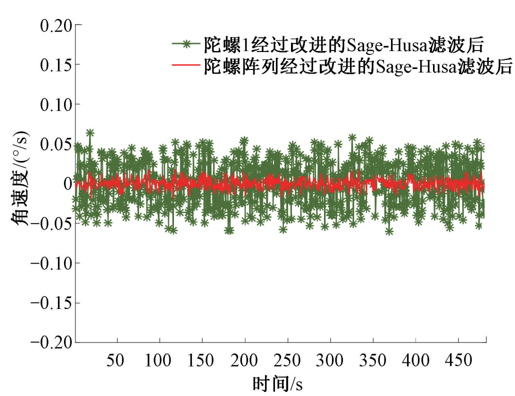


图 6　改进的 Sage-Husa 算法滤波前后数据对比

Fig. 6　Comparison of data before and after filtering by the improved Sage-Husa algorithm

综上结果表明，在静态情况下，采用改进的 Sage-Husa 滤波算法后有效提高了陀螺阵列的精度。

3.3　仿真实验

对于动态条件下的正弦速率模拟[19-20]，输入 $\omega=20\times\sin(0.628t)$°/s 的正弦信号作为速率信号，频率为 0.1 Hz，初始相位为 0。如图 7 所示，Simulink 生成四陀螺阵列模型的输出信号经过改进的 Sage-Husa 算法滤波之后，与标准输出的正弦信号进行对比。由图 8 可以看出，滤波之后的陀螺阵列数据基本与正弦信号曲线重合，证明改进的 Sage-Husa 算法可以有效的滤除噪声，并在动态条件下提供良好的角速率估计。

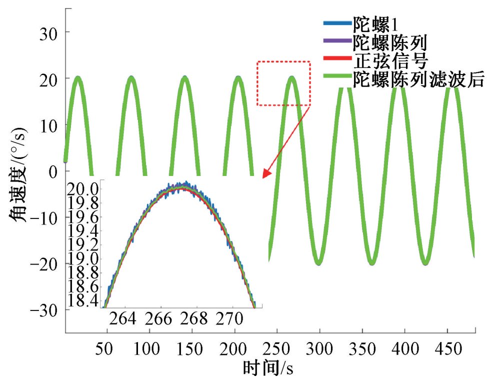


图 7　动态条件下陀螺阵列滤波处理

Fig. 7　Gyro array filtering processing under dynamic

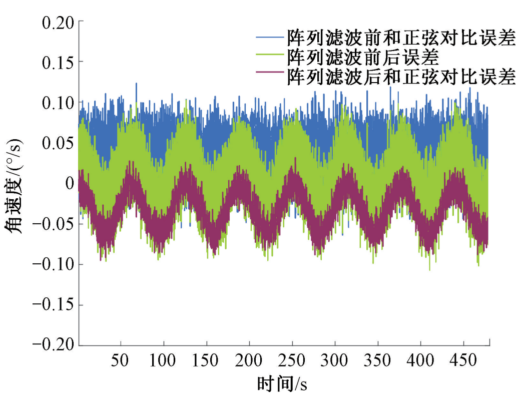


图 8　动态条件下陀螺阵列滤波误差

Fig. 8　Filtering error of gyro array under dynamic conditions

由图 8 可得，单个 MEMS 陀螺原始数据在动态条件下经过改进的 Sage-Husa 算法滤波之后标准差从 0.038 5°/s 降低到 0.016 8°/s；MEMS 四陀螺阵列原始数据在动态条件下经过改进的 Sage-Husa 算法滤波之后标准差从 0.038 5°/s 降低到 0.016 8°/s；其精度分别提高了 2.30 倍和 2.28 倍。以上结果证明，不论在静态情况还是动态条件下，本文所提出的改进的 Sage-Husa 滤波算法对于单个 MEMS 陀螺和 MEMS 陀螺阵列的精度提升都有效。

4　结　论

利用陀螺阵列可以提高 MEMS 陀螺精度的方法，通过四陀螺阵列进行了验证，并提出一种改进的 Sage-Husa 滤波算法，通过搭建四陀螺阵列采集静态环境下的角速率输出，对单个陀螺和陀螺阵列分别进行了卡尔曼滤波、移动平均滤波、小波阈值去噪以及改进的 Sage-Husa 滤波。结果表明，改进的 Sage-Husa 算法滤波效果更好。通过 Allan 方差方法进一步分析了陀螺阵列滤波前后的噪声，实验表明，陀螺阵列的角度随机游走从 0.40°/$\sqrt{\text{h}}$ 降低到 0.03°/$\sqrt{\text{h}}$，零偏不稳定性从 71.11°/h 降低到 5.83°/h，验证了所提算法能够有效提高 MEMS 陀螺阵列的精度。同时在 Simulink 中创建四陀螺阵列模型实现动态仿真建模和滤波，表明陀螺阵列滤波后的波形与正弦信号基本重合，证明改进的 Sage-Husa 滤波算法能够对所建模型起到很好的滤波效果。

参考文献

[1] 邹泽兰，徐同旭，徐祥，等. 基于两步修正法的 MEMS 三轴陀螺仪标定方法[J]. 仪器仪表学报，2022，43(4)：191-198.

ZOU Z L, XU T X, XU X, et al. MEMS triaxial gyroscope calibration based on two-step correction method [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(4): 191-198.

[2] 黄国峰，庄学彬，谢礼伟，等. 基于 CEEMDAN-WP-SG 的 MEMS 陀螺仪去噪算法[J]. 电子测量与仪器学报，2022，36(4)：106-113.

HUANG G F, ZHUANG X B, XIE L W, et al. MEMS gyroscope denoising algorithm based on CEEMDAN-WP-SG [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(4): 106-113.

[3] 刘春，何敏，戴雷. 基于 Mahony 与改进 Kalman 融合的姿态解算方法[J]. 电子测量与仪器学报，2022，36(9)：64-71.

LIU CH, HE M, DAI L. Attitude solution method based on Mahony and improved Kalman fusion[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(9): 64-71.

[4] CHANG H, XUE L, JIANG C, et al. Combining numerous uncorrelated MEMS gyroscopes for accuracy improvement based on an optimal Kalman filter [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(11): 3084-3093.

[5] SUN J, XU X, LIU Y, et al. FOG random drift signal denoising based on the improved AR model and modified sage-husa adaptive Kalman filter [J]. Sensors, 2016,

16(7):1073.

[6] 索艳春. 基于 Sage-Husa 自适应滤波器的 MEMS 陀螺随机误差建模补偿[J]. 电子器件, 2018, 41(6): 1457-1460.
SUO Y CH. Stochastic error modeling compensation of MEMS gyroscope based on UKF filter[J]. Chinese Journal of Electron Devices, 2018, 41(6): 1457-1460.

[7] SHEN Q, LIU J, ZHOU X, et al. A multi-model combined filter with dual uncertainties for data fusion of MEMS gyro array[J]. Sensors, 2018, 19(1):85.

[8] XUE L, YANG B, WANG X, et al. Design of optimal estimation algorithm for multi-sensor fusion of a redundant MEMS gyro system[J]. IEEE Sensors Journal, 2022, 23(5):4577-4588.

[9] 鹿珂珂, 刘陵顺, 寇昆湖, 等. 不依赖精密转台的 MEMS-IMU 误差标定补偿方法[J]. 仪器仪表学报, 2022,43(4):129-136.
LU K K, LIU L SH, KOU K H, et al. MEMS-IMU error calibration compensation method independent of precision[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022,43(4): 129-136.

[10] 胡佳, 蔡成林. 基于 LMS 与 MAF 的 MEMS 陀螺降噪算法[J]. 传感器与微系统. 2021, 40(9): 132-134.
HU J, CAI CH L. Denoising algorithm for MEMS gyroscope based on LMS and MAF[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2021, 40(9): 132-134.

[11] SHENG G, GAO G, ZHANG B. Application of improved wavelet thresholding method and an RBF network in the error compensating of an MEMS gyroscope[J]. Micromachines (Basel),2019, 10(9): 608.

[12] XU S, ZHOU H, WANG J, et al. SINS/CNS/GNSS integrated navigation based on an improved federated sage-husa adaptive filter[J]. Sensors, 2019, 19(17): 3812.

[13] YUAN D, QIN Y, SHEN X, et al. A feedback weighted fusion algorithm with dynamic sensor bias correction for gyroscope array[J]. Metrology and Measurement Systems,2021, 28(1): 161.

[14] HAN X, KIM H, JEON C W, et al. Development of a low-cost GPS/INS integrated system for tractor automatic navigation[J]. International Journal of Agricultural and Biological Engineering,2017,10(2): 123.

[15] LIN X, ZHANG X. Random error compensation of MEMS gyroscope based on adaptive Kalman filter[C]. 2020 Chinese Control And Decision Conference (CCDC). IEEE, 2020:1206-1210.

[16] XUE C, ZHANG Y, LI L, et al. Research on information fusion technology of MEMS gyro array[J]. Journal of Physics. Conference Series, 2021,1952(4): 42015.

[17] 马星河,毕文龙,朱行,等. 改进 SHAKF 算法消除 IMU 随机误差的研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(12): 59-67.
MA X H, BI W L, ZHU H, et al. Research on improving SHAKF algorithm to eliminate random error of IMU[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021,35(12):59-67.

[18] 刘洁瑜,沈强,李灿,等. 基于优化 KF 的 MEMS 陀螺阵列信号融合方法[J]. 系统工程与电子技术,2016, 38(12): 2705-2710.
LIU J Y, SHEN Q, LI C, et al. Fusion method of MEMS gyro array signals based on optimal KF[J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(12): 2705-2710.

[19] YUAN G, YUAN W, XUE L, et al. Dynamic performance comparison of two Kalman filters for rate signal direct modeling and differencing modeling for combining a MEMS gyroscope array to improve accuracy[J]. Sensors (Basel, Switzerland), 2015, 15(11): 27590-27610.

[20] 刘文超,郑小兵,王荣颖,等. 基于角速度估计的 MEMS 陀螺随机误差动态滤波方法[J]. 电光与控制, 2021, 28(5): 79-84.
LIU W CH, ZHENG X B, WANG R Y, et al. MEMS gyroscope random error dynamic filtering based on angular velocity estimation[J]. Electronics Optics & Control, 2021, 28(5): 79-84.

作者简介

张佳宁,2019 年于齐鲁师范学院获得学士学位,现山东理工大学硕士研究生,主要研究方向为陀螺仪信号处理技术研究。
E-mail: zjn754956@163.com

Zhang Jianing received her B. Sc. degree from Qilu Normal University in 2019. Now she is a M. Sc. candidate in Shandong University of Technology. Her main research interest includes gyroscope signal processing technology.

庄须叶(通信作者),2004 年于西南石油大学获得学士学位,2009 年于中国科学院大学获博士学位,现为山东理工大学教授,主要研究方向 MEMS 传感器技术。
E-mail: zxye@sdut.edu.cn

Zhuang Xuye (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Southwest Petroleum University in 2004 and Ph. D. degree from University of Chinese Academy of Sciences in 2009, respectively. Now he is a professor in Shandong University of Technology. His main research interest includes MEMS sensor technology.