

DOI: 10.13382/j.jemi.B2104717

基于 ESKF-MPC 的四旋翼无人机轨迹跟踪控制*

杨艳华 吕童 柴利

(武汉科技大学冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心 武汉 430081)

摘要:四旋翼无人机的轨迹跟踪控制容易受到风扰和测量噪声的影响,针对上述问题,提出了一种基于扩展状态卡尔曼滤波(extended state based Kalman filter, ESKF)的模型预测控制(model predictive control, MPC)方法。首先,采用牛顿-欧拉方法建立风扰影响下的四旋翼无人机动力学模型;然后,位置控制采用基于误差模型的 MPC 方法,利用 ESKF 估计风扰并对控制量进行前馈补偿;采用反馈线性化方法将姿态动力学模型线性化,并设计基于 ESKF-MPC 的姿态控制器;最后,仿真结果表明测量噪声方差为 0.000 1 时该方法的位置跟踪均方误差比自抗扰控制方法的误差小 0.013 m,当方差大于 0.000 1 时自抗扰控制方法使得系统不稳定,而本文的方法仍可以实现较好的位置跟踪。

关键词:四旋翼无人机;ESKF;模型预测控制;轨迹跟踪

中图分类号: TP273+.2;V279+.2 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510

Path tracking control for a quadrotor UAV based on ESKF-MPC

Yang Yanhua Lyu Tong Chai Li

(Engineering Research Center for Metallurgical Automation and Measurement Technology of Ministry of Education, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

Abstract: A model predictive control (MPC) method based on extended state Kalman filter (ESKF) is proposed for the path tracking control problem of a quadrotor UAV that is susceptible to wind disturbance and measurement noise during flight. First, the Newton-Euler method is used to establish a four-rotor UAV dynamic model under the influence of wind disturbance; then, an MPC method based on the error model is used for position control, and an ESKF is proposed to estimate wind field disturbance to compensate the controller. The attitude dynamic model is linearized by the feedback linearization method, and an attitude controller based on ESKF-MPC is designed. Finally, the simulation results show that when the measurement noise variance is 0.000 1, the position tracking mean square error of this method is 0.013 meters which is smaller than that of the active disturbance rejection control method. When the variance is greater than 0.000 1, the active disturbance rejection control method makes the system unstable, and the method in this paper can achieve better position tracking.

Keywords: quadrotor UAV; extended state Kalman filter (ESKF); model predictive control (MPC); path tracking

0 引言

近年来,四旋翼无人机得到了广泛的应用^[1]。然而,四旋翼无人机具有欠驱动、非线性、强耦合的特点^[2],而且在飞行过程中易受风扰和噪声的影响,这给四旋翼无人机的轨迹跟踪控制带来了巨大的挑战。

针对上述问题,研究人员提出了许多用于四旋翼无人机的轨迹跟踪控制算法^[3-9],例如模型预测控制(MPC)、自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC),以及基于扩展状态观测器(extended state observer)的控制方法。

研究人员将模型预测控制应用于四旋翼无人机的轨迹跟踪控制。Alexis 等^[10]设计了切换模型和 MPC 控制

器,但该方法在不同模型切换时很难保证系统的稳定性。文献[11]提出了一种基于误差模型的状态空间预测控制方法(E-SSPC)以实现轨迹跟踪,采用鲁棒H_∞非线性控制器保证姿态的稳定性。文献[12]在文献[11]的基础上引入了积分项。该积分项可以使得系统在持续的扰动下实现零稳态误差跟踪。文献[13]利用四旋翼无人机的微分平坦度特性,将线性模型预测控制器作为位置控制器,为姿态控制器提供足够平滑的姿态参考和设定点收敛保证。该方法可使四旋翼跟踪任何设定点,但是没有考虑风扰的影响。

鉴于ESO可以估计系统状态和外部扰动,研究人员将ESO与其他控制算法结合,设计了一系列控制算法,并将其应用于四旋翼无人机的轨迹跟踪控制。文献[14]提出了一种基于ESO的鲁棒位置跟踪控制方法,使用非线性阻尼增益来提高四旋翼飞行器在外部干扰和参数不确定性下的控制性能。文献[15]提出了一种基于ESO的鲁棒动力学表面跟踪控制方法,不足之处是该方法并未考虑测量噪声的影响。

ADRC的主要思想是通过ESO估计状态和外部扰动,并对控制量进行补偿。因此,研究人员将ADRC应用于四旋翼无人机的控制。文献[16]分析了紊流风场对四旋翼无人机的影响,分析比较了ADRC与线性自抗扰(LADRC)的控制效果。在较大的风场扰动情况下,ADRC可以取得更好的控制效果,但是需要调节更多的参数。文献[17]中姿态子系统采用级联ADRC方法,位置子系统采用反步滑模控制(BSMC)方法,这种方法可使四旋翼无人机在参数不确定和扰动下具有较好的轨迹跟踪性能。文献[18]提出了一种自抗扰和预测控制策略,在姿态控制部分采用ADRC算法,采用ESO估计的扰动为控制器提供前馈补偿;然而,该文献在对四旋翼无人机建模时没有分析风扰的影响,只是简单地把风扰看作一个加性扰动,而且仿真时用正弦信号模拟风扰。显然,实际的紊流风场并不是一个简单的正弦信号。文献[19]在文献[18]的基础上针对阵风影响下的四旋翼无人机姿态控制问题提出了一种双闭环的控制结构。姿态控制的内环采用ADRC方法,并且采用ESO估计风扰,外环采用PD控制,通过实际的飞行实验验证了该方法的有效性。但是该方法只对四旋翼无人机的姿态进行控制,并未考虑位置控制。

ESO的增益系数较高,跟踪速度较快,但是如果存在测量噪声,高的增益系数会将测量噪声的影响放大,进而导致估计误差增大。针对这一问题,文献[20]在ESO中引入一个非线性函数来实现滤波,这种改进后的扩展状态观测器在测量噪声情况下可以较准确的估计四旋翼无人机的状态和干扰,但是该方法的参数调整比较繁琐。

文献[21]将扩展状态观测器和卡尔曼滤波相结合,

提出了一种基于卡尔曼滤波的扩展状态估计(ESKF)方法。ESKF利用卡尔曼滤波器能够准确估计状态的优势,动态改变扩展状态观测器的增益系数。该算法使得系统存在测量噪声的情况下,依然可以较好的对扰动状态进行估计。

为了解决风扰和测量噪声对四旋翼无人机轨迹跟踪控制影响的问题,本文结合ESKF和MPC的优点,在文献[21]的基础上提出了一种基于ESKF-MPC的四旋翼无人机轨迹跟踪控制方法。首先分析四旋翼无人机在风扰下的受力情况,并建立动力学模型;然后设计双环控制结构,位置环和姿态环均采用基于ESKF的MPC方法。本文的主要贡献是:将ESKF方法和MPC方法相结合应用于四旋翼无人机的轨迹跟踪控制中。采用ESKF实现对测量输出的滤波以及对状态和风扰的估计,将估计出的风扰信号作为MPC的前馈补偿,从而实现风场扰动和测量噪声下四旋翼无人机的高精度轨迹跟踪控制。

1 风扰下四旋翼无人机动力学模型

假设四旋翼无人机的结构是对称的,且其质量和质心位置保持不变。定义惯性坐标系 $E(O_e, X_e, Y_e, Z_e)$ 和机体坐标系 $B(O_b, X_b, Y_b, Z_b)$,如图1所示。机体坐标系的原点位于四旋翼无人机的质心处。欧拉角向量为 $\theta = [\phi, \theta, \psi]^T$,其中 ϕ 为俯仰角满足 $-\pi/2 < \phi < \pi/2$, θ 为翻滚角满足 $-\pi/2 < \theta < \pi/2$, ψ 为偏航角满足 $-\pi < \psi < \pi$ 。

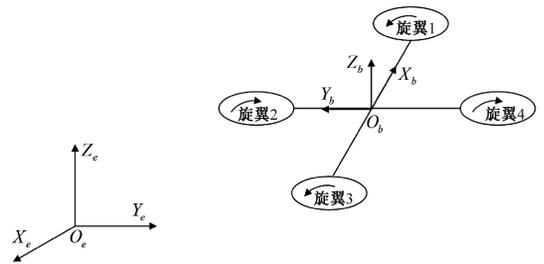


图1 坐标系定义

Fig. 1 Coordinate system definition

在飞行过程中,四旋翼无人机往往会受到大气紊流风场的影响。由于紊流风场主要通过4个旋翼影响四旋翼无人机的飞行,因此本文只考虑紊流风场对4个旋翼的影响。无人机的一个旋翼在紊流风场下的受力情况如图2所示。

图2中, V_w 为风速, V_d 为旋翼产生的诱导速度, \hat{V} 为紊流风场作用下的合速度, α 为紊流风场方向与旋翼径向的夹角, F_T 为旋翼产生的升力, F_w 为紊流风场对旋翼的作用力。本文采用牛顿-欧拉方法建立风扰下四旋翼无人机动力学模型,详细推导类似于文献[20]。四旋翼

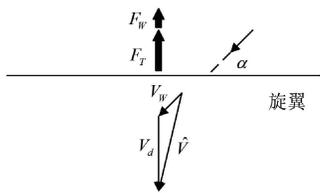


图 2 四旋翼无人机的旋翼受力分析

Fig. 2 Force analysis on the rotor of a quadrotor

无人机的位置子系统动力学模型为:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) = f(\xi, \mathbf{u}_\xi, \mathbf{d}_f) = & \\ \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ u_x(t) \frac{U_1(t)}{m} + f_x(t) \\ \dot{y}(t) \\ u_y(t) \frac{U_1(t)}{m} + f_y(t) \\ \dot{z}(t) \\ -g + \cos\phi(t)\cos\theta(t) \frac{U_1(t)}{m} + f_z(t) \end{bmatrix} & \quad (1) \end{aligned}$$

式中: m 为四旋翼无人机的质量, g 是重力加速度, $\mathbf{I} = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$ 是惯性张量对角矩阵。 $\xi(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T$ 是四旋翼无人机平移运动状态向量。 $\mathbf{u}_\xi = [U_1, u_x, u_y]^T$ 是控制输入向量, $\mathbf{d}_f = [f_x, f_y, f_z]^T$ 为位置扰动向量, 其中:

$$\begin{cases} u_x(t) = \cos\psi(t)\sin\theta(t)\cos\phi(t) + \sin\psi(t)\sin\phi(t) \\ u_y(t) = \sin\psi(t)\sin\theta(t)\cos\phi(t) - \cos\psi(t)\sin\phi(t) \end{cases} \quad (2)$$

定义四旋翼无人机旋转运动状态向量 $\zeta(t) = [\phi(t), \dot{\phi}(t), \theta(t), \dot{\theta}(t), \psi(t), \dot{\psi}(t)]^T$, 则四旋翼无人机的姿态子系统如下:

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\psi} \dot{\theta} - \frac{I_p}{I_x} \dot{\theta} \omega_r + \frac{U_2}{I_x} + f_\phi \\ \dot{\theta} \\ \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{I_p}{I_y} \dot{\phi} \omega_r + \frac{U_3}{I_y} + f_\theta \\ \dot{\psi} \\ \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{U_4}{I_z} + f_\psi \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: I_p 是旋翼的转动惯量, ω_r 为旋翼的相对转速。 U_2 是滚转力矩, U_3 是俯仰力矩, U_4 是偏航力矩。 $\mathbf{d} = [f_x, f_y, f_z, f_\phi, f_\theta, f_\psi]^T$ 为紊流风场对四旋翼无人机带来的扰动, 其

表达式见文献[20]。

2 四旋翼无人机控制器设计

2.1 ESKF 算法

本文对 ESKF 算法的成立条件及推导作简要介绍, 详细的分析参考文献[21]。考虑如下系统:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{C}\mathbf{F} \\ \mathbf{Y} = \mathbf{D}\mathbf{X} + \mathbf{n} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{X} \in R^n$ 是系统的状态向量, $\mathbf{U} \in R^m$ 是控制输入向量, $\mathbf{F} \in R^r$ 是系统的扰动量, $\mathbf{Y} \in R^p$ 是测量输出向量, $\mathbf{n} \in R^p$ 是测量噪声向量, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ 为具有合适维度的已知矩阵。

对系统(4)进行离散化, 并使用离散的扰动量 $F(k)$ 扩展系统的状态向量:

$$\bar{\mathbf{X}}(k) = [\mathbf{X}(k) \quad \mathbf{F}(k)]^T \quad (5)$$

其中, k 为时间步。因此, 式(4)可改写为如下扩展模型:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{X}}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{X}}(k) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{U}(k) + \bar{\mathbf{C}}\mathbf{G}(k) \\ \mathbf{Y}(k) = \bar{\mathbf{D}}\bar{\mathbf{X}}(k) + \mathbf{n}(k) \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{G}(k) = \mathbf{F}(k+1) - \mathbf{F}(k)$, Δt 为采样时间。

基于扩展模型(6)设计如下 ESKF:

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{X}}(k) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{U}(k) - \mathbf{L}(k)(\mathbf{Y}(k) - \hat{\mathbf{D}}\hat{\mathbf{X}}(k)) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{L}(k)$ 是随时间变化的扩展状态观测器增益。

经过数学推导可得观测器增益 $\mathbf{L}(k)$ 如迭代公式(8)所示。式(8)中各参数的计算如式(9)所示, 具体证明见文献[21]。

$$\begin{cases} \mathbf{L}(k) = -\bar{\mathbf{A}}\mathbf{P}(k)\bar{\mathbf{D}}^T \left(\bar{\mathbf{D}}\mathbf{P}(k)\bar{\mathbf{D}}^T + \frac{1}{1+\delta}\mathbf{R}(k) \right)^{-1} \\ \mathbf{P}(k+1) = (1+\delta)(\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{L}(k)\bar{\mathbf{D}})\mathbf{P}(k)(\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{L}(k)\bar{\mathbf{D}})^T + \\ \mathbf{L}(k)\mathbf{R}(k)\mathbf{L}^T(k) + \left(1 + \frac{1}{\delta} \right) \mathbf{Q}(k) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \mathbf{P}(0) \geq E((\bar{\mathbf{X}}(0) - \hat{\bar{\mathbf{X}}}(0))(\bar{\mathbf{X}}(0) - \hat{\bar{\mathbf{X}}}(0))^T) \\ \mathbf{R}(k) \geq E(\mathbf{n}(k)\mathbf{n}^T(k)) \\ \bar{q}(k) \geq E(\mathbf{G}^2(k)) \\ \mathbf{Q}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{q}(k) \end{bmatrix} \\ \delta = \sqrt{\frac{\text{tr}(\mathbf{Q}(0))}{\text{tr}(\mathbf{P}(0))}} \end{cases} \quad (9)$$

2.2 控制器设计

四旋翼无人机的控制采用双环结构,即外环为位置控制,内环为姿态控制,总体控制结构如图3所示。图3中, x_r, y_r, z_r 和 ψ_r 是四旋翼无人机给定的参考轨迹, ϕ_r 和 θ_r 是位置控制器计算出来的欧拉角参考值, U_1, U_2, U_3 和 U_4 是无人机控制输入量, x, y, z, ϕ, θ 和 ψ 是四旋翼无人机的实际输出状态。

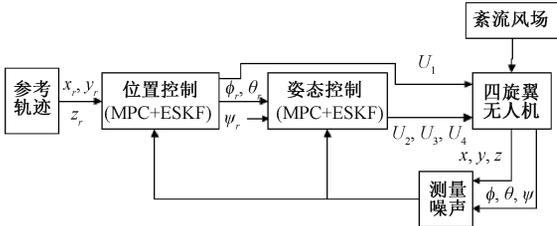


图3 四旋翼无人机控制框图

Fig. 3 Quadrotor UAV control structure

1) 基于ESKF的E-SSPC位置控制器设计

本文的目标是设计控制器使得四旋翼无人机能准确地跟踪给定的参考轨迹。为了减少跟踪误差,本文采用E-SSPC方法设计控制器^[12],采用ESKF方法估计状态和扰动,并对控制器进行前馈补偿以提高系统的鲁棒性。

鉴于参考轨迹是时变的,本节的设计思路如下:首先定义一个忽略外部干扰、且与四旋翼无人机具有相同位置动力学模型的虚拟参考模型,如式(10)所示。根据给定的参考轨迹和参考模型(10)计算参考控制量。在不考虑扰动时,系统(1)与虚拟参考模型(10)相减可得误差模型(11)。然后,将误差模型(11)解耦为高度控制 z 和 x, y 方向控制两部分,最后针对 z 和 x, y 方向误差模型分别设计模型预测控制器,采用ESKF算法对测量输出进行滤波的同时估计系统状态和风扰,并对控制量进行前馈补偿。

$$\dot{\xi}_r(t) = f(\xi_r, u_{\xi_r}) \quad (10)$$

式中: $\xi_r(t) = [x_r(t), \dot{x}_r(t), y_r(t), \dot{y}_r(t), z_r(t), \dot{z}_r(t)]^T$,

$u_{\xi_r} = [U_{1r}, u_{xr}, u_{yr}]^T$,参考控制输入 $u_{xr} = \frac{m\dot{x}_r(t)}{U_{1r}(t)}$, $U_{1r}(t) =$

$$\frac{m(\ddot{z}_r(t) + g)}{\cos\theta(t)\cos\phi(t)}, u_{yr} = \frac{m\dot{y}_r(t)}{U_{1r}(t)}。$$

$$\dot{\tilde{\xi}}(t) = f(\tilde{\xi}, \tilde{u}_{\xi}) \quad (11)$$

式中: $\tilde{\xi} = \xi - \xi_r$ 是状态向量误差, $\tilde{u}_{\xi} = u_{\xi} - u_{\xi_r}$ 是控制输入误差向量。

将式(11)分解为高度子系统和 x, y 方向子系统。在持续的扰动下,在位置误差向量中引入位置误差积分项以获得较好的位置跟踪。

对于高度子系统,定义高度状态偏差向量为 $x_z(t) =$

$$\begin{bmatrix} z(t) - z_r(t) \\ \dot{z}(t) - \dot{z}_r(t) \\ \int (z(t) - z_r(t)) dt \end{bmatrix}$$

,则采用欧拉方法可以将高度偏差预测模型离散化为以下离散系统:

$$x_z(k+1) = A_z x_z(k) + B_z(k) \tilde{u}_z(k) \quad (12)$$

式中:矩阵 A_z 和 $B_z(k)$ 的形式如下:

$$A_z = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta t & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_z(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ b_z(k) \Delta t \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{其中, } b_z(k) = \frac{1}{m} \cos\theta(k) \cos\phi(k)。$$

对于高度子系统(12)设计模型预测控制器使得以下性能指标最小:

$$J_z = [\hat{x}_z - \hat{x}_{r_z}]^T Q_z [\hat{x}_z - \hat{x}_{r_z}] + [\hat{u}_z - \hat{u}_{r_z}]^T R_z [\hat{u}_z - \hat{u}_{r_z}] \quad (13)$$

式中: $Q_z \in \mathbb{R}^{N_z \times N_z}$, $R_z \in \mathbb{R}^{N_{u_z} \times N_{u_z}}$, Q_z 和 R_z 均为正对角矩阵, N_z 为预测时域, N_{u_z} 为控制时域,状态向量 $\hat{x}_z \triangleq [\hat{x}_z^T(k+1|k) \cdots \hat{x}_z^T(k+N_z|k)]^T$ 和控制向量 $\hat{u}_z \triangleq [\hat{u}_z^T(k|k) \cdots \hat{u}_z^T(k+N_z-1|k)]^T$ 。偏差状态参考向量 \hat{x}_{r_z} 和偏差控制参考向量 \hat{u}_{r_z} 为:

$$\hat{x}_{r_z} \triangleq \begin{bmatrix} x_{r_z}(k+1|k) - x_{r_z}(k|k) \\ \vdots \\ x_{r_z}(k+N_z|k) - x_{r_z}(k|k) \end{bmatrix}$$

$$\hat{u}_{r_z} \triangleq \begin{bmatrix} U_{1r}(k|k) - U_{1r}(k-1|k) \\ \vdots \\ U_{1r}(k+N_z-1|k) - U_{1r}(k-1|k) \end{bmatrix}$$

状态预测输出 $\hat{x}_z(k+j|k)$ 可以由式(14)计算:

$$\hat{x}_z = P_z(k|k) x_z(k) + H_z(k|k) \hat{u}_z \quad (14)$$

通过优化性能指标(13)中的 J_z ,可得高度控制器的偏差模型控制量为:

$$\hat{u}_{z_0} = [H_z^T Q_z H_z + R_z]^{-1} [H_z^T Q_z (\hat{x}_z(k) - P_z x_z(k)) + R_z \hat{u}_{r_z}] \quad (15)$$

在外部扰动和测量噪声下,定义扩展状态向量 $X_z = [z \quad \dot{z} \quad f_z]^T$,则针对式(1)中的高度子系统采用2.1节中的方法设计ESKF,得到所估计的状态量 $\hat{X}_z = [\hat{z} \quad \hat{\dot{z}} \quad \hat{f}_z]^T$ 。

用估计的扰动 \hat{f}_z 来补偿控制量,即:

$$\hat{\tilde{u}}_z = \hat{\tilde{u}}_{z_0} - \frac{\hat{f}_z}{b_z} \quad (16)$$

因此,控制量 $U_1(k)$ 为:

$$U_1(k) = U_{1_r}(k) + \hat{\tilde{u}}_z(k|k) \quad (17)$$

对于 x, y 子系统,同理可以得到控制量 u_x, u_y 如下:

$$\begin{cases} \phi_r(k) = \arcsin(u_x(k) \sin\psi(k) - u_y(k) \cos\psi(k)) \\ \theta_r(k) = \arcsin((u_x(k) \cos\psi(k) + u_y(k) \sin\psi(k)) / \cos\phi_r(k)) \end{cases}$$

特别地, $\psi_r \equiv 0 \text{ rad}$ 。

2) 基于 ESKF-MPC 的姿态控制器设计

由于姿态子系统是一个非线性系统,因此,首先采用反馈线性化方法对其进行线性化,然后根据线性化后的线性模型设计 ESKF-MPC 控制器。

采用反馈线性化方法对姿态模型 (3) 进行线性化可得线性化模型,如式 (20) 所示。

$$\dot{\zeta} = g(\zeta, V_\xi, f_\xi) = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ V_\phi + f_{\xi_\phi} \\ \dot{\theta} \\ V_\theta + f_{\xi_\theta} \\ \dot{\psi} \\ V_\psi + f_{\xi_\psi} \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中: V_ϕ, V_θ, V_ψ 为定义的新的控制输入, $f_{\xi_\phi}, f_{\xi_\theta}, f_{\xi_\psi}$ 为定义的新的扰动。

$$\begin{bmatrix} V_\phi \\ V_\theta \\ V_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{I_x - I_z}{I_x} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{U_2}{I_x} \\ \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{U_3}{I_y} \\ \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{U_4}{I_z} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} f_{\xi_\phi} \\ f_{\xi_\theta} \\ f_{\xi_\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{I_p}{I_x} \dot{\theta} \omega_T + f_\phi \\ \frac{I_p}{I_y} \dot{\phi} \omega_T + f_\theta \\ f_\psi \end{bmatrix}$$

在没有扰动的情况下,令 $x_\zeta(t) = \zeta(t)$, 则姿态的离散标称模型如下:

$$x_\zeta(k+1) = \mathbf{A}_\zeta x_\zeta(k) + \mathbf{B}_\zeta V_\zeta(k) \quad (21)$$

类似于位置控制器设计方法,针对模型 (21) 设计姿态模型预测控制器,可得到姿态控制器的控制输入为:

$$\hat{V}_{\zeta_0} = [\mathbf{H}_\zeta^T \mathbf{Q}_\zeta \mathbf{H}_\zeta + \mathbf{R}_\zeta]^{-1} [\mathbf{H}_\zeta^T \mathbf{Q}_\zeta (\hat{x}_{r_\zeta}(k) - \mathbf{P}_\zeta x_\zeta(k))] \quad (22)$$

式中: \mathbf{Q}_ζ 和 \mathbf{R}_ζ 均为正对角矩阵, \hat{x}_{r_ζ} 为状态参考向量, \hat{V}_ζ 为控制向量。矩阵 \mathbf{H}_ζ 和 \mathbf{R}_ζ 与位置控制器的结构一样。因此不考虑扰动时,姿态控制量为:

$$V_\zeta = \hat{V}_{\zeta_0} \quad (23)$$

$$\begin{cases} u_x(k) = u_{x_r}(k) + \hat{\tilde{u}}_{x_0} - \hat{f}_x/b_{xy} \\ u_y(k) = u_{y_r}(k) + \hat{\tilde{u}}_{y_0} - \hat{f}_y/b_{xy} \end{cases} \quad (18)$$

式中: $b_{xy} = U_1/m$ 。

最后根据式 (2) 可得到当前时刻四旋翼无人机欧拉角的参考值:

$$\begin{cases} \phi_r(k) = \arcsin(u_x(k) \sin\psi(k) - u_y(k) \cos\psi(k)) \\ \theta_r(k) = \arcsin((u_x(k) \cos\psi(k) + u_y(k) \sin\psi(k)) / \cos\phi_r(k)) \end{cases} \quad (19)$$

由于实际飞行中存在风场扰动和测量噪声,分别对俯仰角,翻滚角和偏航角设计 ESKF 对扰动进行预测补偿。针对新姿态模型 (20) 设计 ESKF 估计扰动量 \hat{f}_ξ , 设计方法同高度控制的 ESKF 方法,则:

$$V_\xi = \begin{bmatrix} V_\phi \\ V_\theta \\ V_\psi \end{bmatrix} = \hat{V}_{\xi_0} - \begin{bmatrix} \hat{f}_{\xi_\phi} \\ \hat{f}_{\xi_\theta} \\ \hat{f}_{\xi_\psi} \end{bmatrix} \quad (24)$$

将式 (24) 的计算结果代入到式 (20) 中,可以得到四旋翼无人机的控制输入 U_2, U_3 和 U_4 。

3 仿真结果与分析

本节通过 MATLAB 仿真验证在同时存在风扰和测量噪声下本文所提方法的有效性。为了更加真实的模拟四旋翼无人机受到风扰影响的情况。本文采用文献 [22] 介绍的 Dryden 模型模拟紊流风场。假设高度 6.096 m 时的风速为 10 m/s。选取空气密度 $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$, 旋翼扫过的面积 $A = 0.01 \text{ m}^2$, 旋翼转动惯量 $I_p = 7.321 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $k_{\text{drag}} = 0.01$ 。其余的四旋翼无人机参数见文献 [18]。

假设参考轨迹为: $x_r = 0.5 \cos(\frac{\pi t}{20}) \text{ m}, y_r = 0.5 \sin(\frac{\pi t}{20}) \text{ m}, z_r = 3 - 2 \cos(\frac{\pi t}{20}) \text{ m}$ 。四旋翼无人机的初始位置状态和姿态状态为:

$$\begin{aligned} [x_0 \quad y_0 \quad z_0]^T &= [0 \quad 0 \quad 0.5]^T \text{m} \\ [\phi_0 \quad \theta_0 \quad \psi_0]^T &= [0 \quad 0 \quad 0.5]^T \text{rad} \end{aligned}$$

四旋翼无人机位置状态测量值的测量噪声方差 $\sigma_\xi^2 = 0.01$, 姿态状态测量值的测量噪声方差 $\sigma_\theta^2 = 0.001$ 。

控制器周期 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$, 预测时域和控制时域均为 10, $R_z = 0.05, Q_z = \text{diag}(25, 1, 2), R_{xy} = \text{diag}(20, 20), R_\xi = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01), \omega_{\sigma_{xy}} = \omega_{\sigma_z} = 60, Q_{xy} =$

$\text{diag}(70, 8, 5, 70, 5, 3)$, $\omega_{\sigma_{\xi}} = 30$, $Q_{\xi} = \text{diag}(10, 0.5, 10, 0.5, 50, 0.5)$, 其中 diag 表示对角矩阵。

涉及位置状态与姿态状态的 ESKF 参数如表 1 所示。在风扰和测量噪声下四旋翼无人机的位置跟踪曲线

和姿态跟踪曲线分别如图 4 和 5 所示。由仿真结果可以看到, 四旋翼无人机在紊流风场及测量噪声下按照给定的参考轨迹飞行, 可以使控制误差迅速收敛于 0, 同时也能较好地跟踪姿态角变化的趋势且保持稳定。

表 1 ESKF 参数
Table 1 ESKF parameters

参数	$P(0)$	$R(k)$	$\bar{q}(k)$	$Q(k)$	δ
位置 x, y, z	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$	1	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.577 4
姿态角 ϕ, θ, ψ	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix}$	0.005	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.005 \end{bmatrix}$	0.057 7

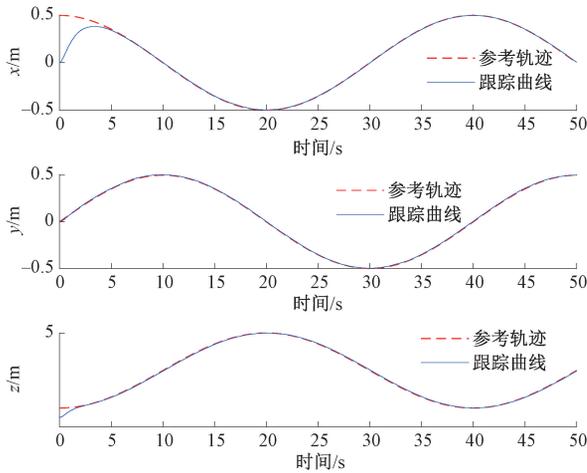


图 4 位置跟踪曲线
Fig. 4 Position tracking curves

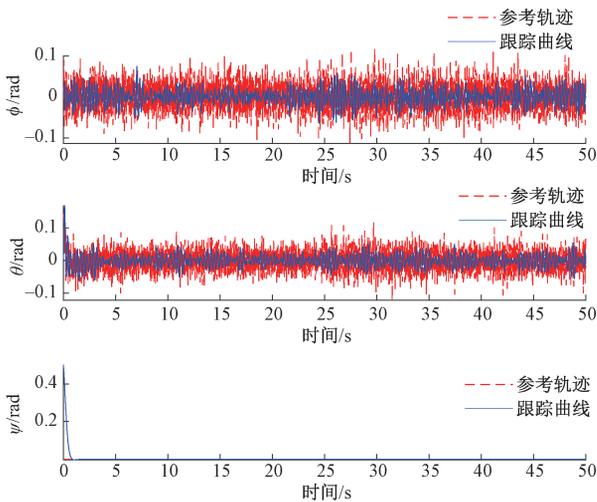


图 5 姿态跟踪曲线
Fig. 5 Attitude tracking curves

为了进一步说明本文方法的有效性, 将本文方法同文献[18]提出的 ADRC 方法进行对比。当四旋翼无人机位置状态测量值的测量噪声方差为 0.01, 姿态状态测量值的测量噪声方差为 0.0001 时, 文献[18]的方法使得系统发散。当位置状态测量值的测量噪声方差和姿态状态测量值的测量噪声方差均为 0.0001, 文献[18]的方法可以实现轨迹跟踪。位置跟踪曲线如图 6 所示, 位置跟踪均方误差如表 2 所示, 表中位置 ξ 表示空间的位置。从表 2 中可以看出当方差为 0.0001 时, 本文方法在 x 、 z 和空间位置的跟踪误差分别比文献[18]所提方法的跟踪误差小了 0.012、0.006 和 0.013 m。这两种方法在 y 方向的跟踪误差相等是因为在 y 方向无人机的初始位置和参考轨迹重合。本文方法和文献[18]所提方法的姿态跟踪曲线分别如图 7 和 8 所示, 可以看出本文提出的方法能够有效地滤除测量噪声, 从而实现更好的姿态跟踪。

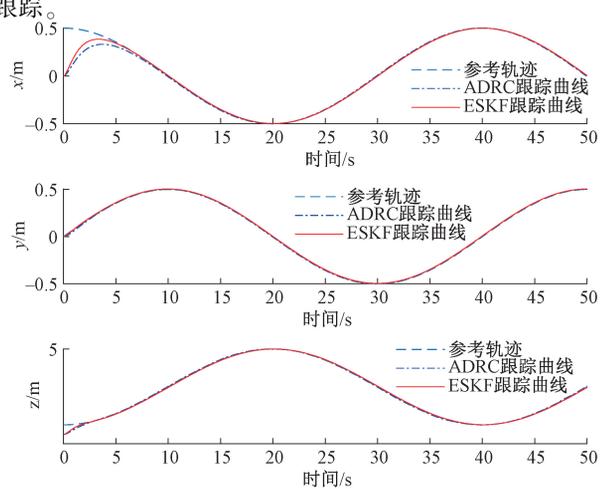


图 6 测量噪声方差为 0.0001 时位置跟踪曲线
Fig. 6 Position tracking curve when $\sigma_{\xi}^2 = \sigma_{\theta}^2 = 0.0001$

表 2 $\sigma_\xi^2 = \sigma_\theta^2 = 0.000 1$ 时位置跟踪均方误差
 Table 2 Mean square errors of position tracking
 when $\sigma_\xi^2 = \sigma_\theta^2 = 0.000 1$

方法	x/m	y/m	z/m	位置 ξ/m
文献[18]的 ADRC 方法	0.080	0.005	0.065	0.103
本文的 ESKF 方法	0.068	0.005	0.059	0.090

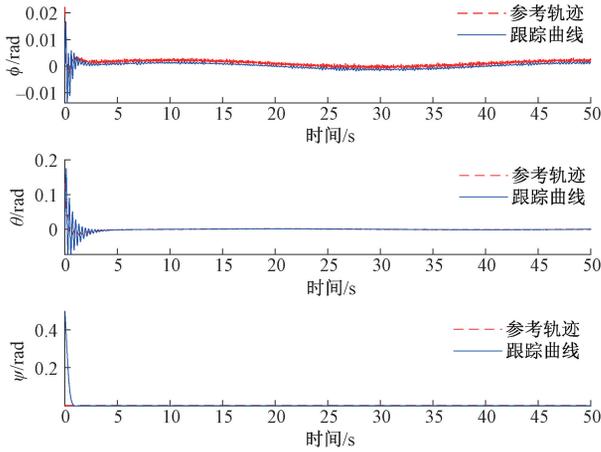


图 7 测量噪声方差为 0.000 1 时本文方法姿态跟踪曲线
 Fig. 7 The attitude tracking curve of the method in this paper when $\sigma_\xi^2 = \sigma_\theta^2 = 0.000 1$

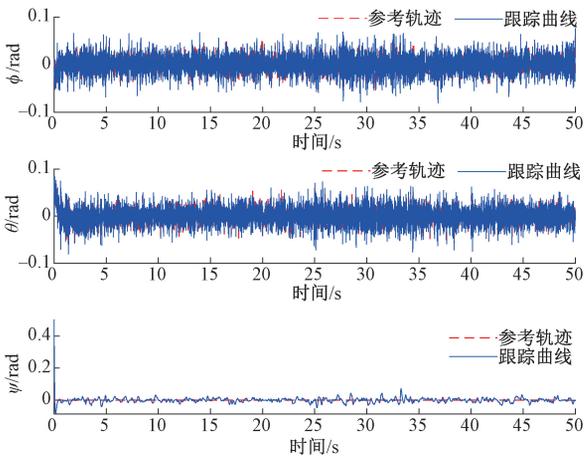


图 8 测量噪声方差为 0.000 1 时文献[18]方法姿态跟踪
 Fig. 8 The attitude tracking curve of the method in [18] when $\sigma_\xi^2 = \sigma_\theta^2 = 0.000 1$

图 9 和 10 分别为本文方法和文献[18]的方法对风扰的估计曲线。从图中可以看出,由于受测量噪声的影响,文献[18]方法估计的风扰误差明显大于本文所提方法估计的风扰误差。

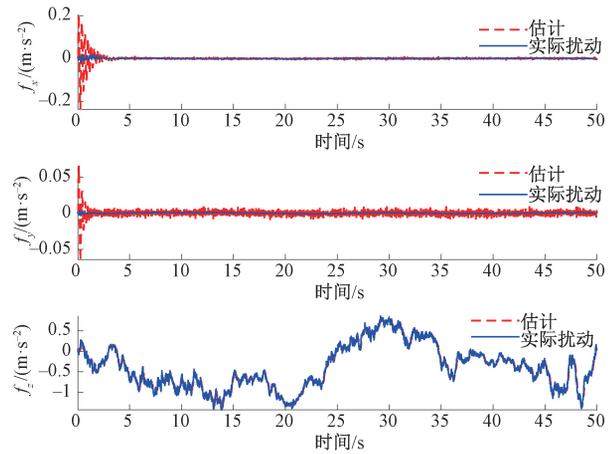


图 9 测量噪声方差为 0.000 1 时本文方法风扰估计
 Fig. 9 The wind disturbance estimation of this method when $\sigma_\xi^2 = \sigma_\theta^2 = 0.000 1$

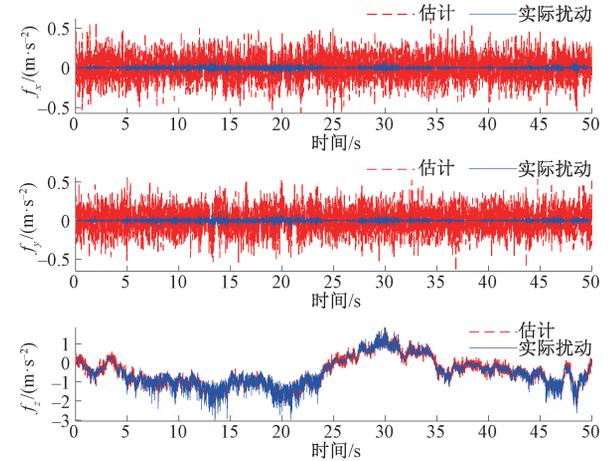


图 10 测量噪声方差为 0.000 1 时文献[18]方法风扰估计
 Fig. 10 The wind disturbance estimation of the method in [18] when $\sigma_\xi^2 = \sigma_\theta^2 = 0.000 1$

4 结 论

四旋翼无人机在飞行过程中必然会受到风扰的影响,机载传感器的数据也必然携带测量噪声。然而,传统的 ADRC 和 ESO 方法对传感器的精度要求非常高,当系统存在测量噪声时,这两种方法存在很大的局限性。本文针对四旋翼无人机在风扰和测量噪声下的轨迹跟踪控制问题,提出了一种 ESKF-MPC 方法。该方法可以对扩展状态观测器的增益进行及时优化,提高了四旋翼无人机系统对扰动的估计精度,进而提高了控制系统的稳定性和跟踪性能。

参考文献

- [1] OTTO A, AGATZ N, CAMPBELL J, et al. Optimization approaches for civil applications of unmanned aerial vehicles (UAVs) or aerial drones: A survey [J]. *Networks*, 2018, 72(4): 411-458.
- [2] WANG H, YE X, TIAN Y, et al. Model-free-based terminal SMC of quadrotor attitude and position [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(5): 2519-2528.
- [3] 刘洋, 行鸿彦, 侯天浩. 四旋翼无人机串级变论域模糊PID姿态控制研究 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2019, 33(10): 51-57.
- LIU Y, XING H Y, HOU T H. Research on attitude control of cascade variable universe fuzzy PID for quadrotor UAV [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2019, 33(10): 51-57.
- [4] 王慧东, 周来宏. 四旋翼无人机反步积分自适应控制器设计 [J]. *兵工学报*, 2021, 42(6): 1283-1289.
- WANG H D, ZHOU L H. Design of a backstepping integral adaptive controller for quadrotor UAV [J]. *Acta Armamentarii*, 2021, 42(6): 1283-1289.
- [5] YU L, HE G, WANG X, et al. A novel fixed-time sliding mode control of quadrotor with experiments and comparisons [J]. *IEEE Control Systems Letters*, 2021, 6: 770-775.
- [6] ABBASI E, GHAYOUR M, DANESH M. Virtual leader-follower formation control of multi quadrotors by using feedback linearization controller [C]. *Proceedings of 5th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*. IEEE, 2017: 614-619.
- [7] BANGURA M, MAHONY R. Real-time model predictive control for quadrotors [J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2014, 47(3): 11773-11780.
- [8] KERMA M, MOKHTARI A, ABDELAZIZ B, et al. Nonlinear H_{∞} control of a quadrotor (UAV), using high order sliding mode disturbance estimator [J]. *International Journal of Control*, 2012, 85(12): 1876-1885.
- [9] 马文博, 李璜筹, 魏帅. 基于ADRC的四旋翼抗复合风场干扰悬停性能研究 [J]. *国外电子测量技术*, 2020, 39(2): 76-81.
- MA W B, LI H CH, WEI SH. Research on hovering performance of quadrotor anti-composite wind field disturbance based on ADRC [J]. *Foreign Electronic Measurement Technology*, 2020, 39(2): 76-81.
- [10] ALEXIS K, NIKOLAKOPOULOS G, TZES A. On trajectory tracking model predictive control of an unmanned quadrotor helicopter subject to aerodynamic disturbances [J]. *Asian Journal of Control*, 2014, 16(1): 209-224.
- [11] RAFFO G V, ORTEGA M G, RUBIO F R. MPC with nonlinear H_{∞} control for path tracking of a quad-rotor helicopter [J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2008, 41(2): 8564-8569.
- [12] RAFFO G V, ORTEGA M G, RUBIO F R. An integral predictive/nonlinear H_{∞} control structure for a quadrotor helicopter [J]. *Automatica*, 2010, 46(1): 29-39.
- [13] ANDRIËN A, KREMERS D, KOOIJMAN D, et al. Model predictive tracking controller for quadcopters with setpoint convergence guarantees [C]. *2020 American Control Conference (ACC)*, 2020: 3205-3210.
- [14] YOU S, KIM K, MOON J, et al. Extended state observer based robust position tracking control using nonlinear damping gain for quadrotors with external disturbance [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 174558-174567.
- [15] SHAO X, LIU J, CAO H, et al. Robust dynamic surface trajectory tracking control for a quadrotor UAV via extended state observer [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(7): 2700-2719.
- [16] LIANG H, XU Y, YU X. ADRC vs LADRC for quadrotor UAV with wind disturbances [C]. *2019 Chinese Control Conference (CCC)*, 2019: 8037-8043.
- [17] XU L, MA H, GUO D, et al. Backstepping sliding-mode and cascade active disturbance rejection control for a quadrotor UAV [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2020, 25(6): 2743-2753.
- [18] MA D, XIA Y, LI T, et al. Active disturbance rejection and predictive control strategy for a quadrotor helicopter [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2016, 10(17): 2213-2222.
- [19] YANG H, CHENG L, XIA Y, et al. Active disturbance rejection attitude control for a dual closed-loop quadrotor

- under gust wind [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2018, 26(4): 1400-1405.
- [20] GUO Y, JIANG B, ZHANG Y. A novel robust attitude control for quadrotor aircraft subject to actuator faults and wind gusts [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2018, 5(1): 292-300.
- [21] BAI W, XUE W, HUANG Y, et al. On extended state based Kalman filter design for a class of nonlinear time-varying uncertain systems[J]. Science China Information Sciences, 2018, 61(4): 042201.
- [22] BEAL T R. Digital simulation of atmospheric turbulence for Dryden and von Karman models [J]. Journal of Guidance Control Dynamics, 1993, 16(1): 132-138.

作者简介



杨艳华(通信作者),2004年于福州大学获得学士学位,2007年于福州大学获得硕士学位,2014年于中国科学院大学获得博士学位,现为武汉科技大学副教授,主要研究方向为机器人控制、路径规划、鲁棒控制。

E-mail: yangyh@wust.deu.cn

Yang Yanhua(Corresponding author) received her B. Sc. degree from Fuzhou University in 2004, M. Sc. degree from Fuzhou University in 2007 and Ph. D. degree from University of Chinese Academy of Sciences in 2014, respectively. Now she is an associate professor in Wuhan University of Science and Technology. Her main research interests include robot control, path planning and robust control.