

DOI: 10.13382/j.jemi.B2104963

# 改进型自适应全变分图像降噪模型\*

鲁思琪<sup>1</sup> 周先春<sup>2</sup> 汪志飞<sup>1</sup>(1. 南京信息工程大学电子与信息工程学院 南京 210044; 2. 南京信息工程大学  
人工智能学院(未来技术学院) 南京 210044)

**摘要:**针对传统全变分去噪方法峰值信噪比不高,迭代效率较低的缺点,提出了一种新的自适应全变分去噪模型。首先,利用差分曲率改进全变分方程的正则项指数以区分出噪声点;然后,结合水平集曲率和梯度模的性质,使平滑区和边缘区达到不同的去噪效果,让新模型兼具保留边缘和平滑噪声的特点。实验结果表明,与当前3种主流模型相比,新模型的峰值信噪比提高了1.4 dB以上,平均绝对误差也减少了2.5以上,结构相似性平均提高了0.13,并且迭代效率至少提高了1.6倍,更有利于实际应用。

**关键词:** 自适应全变分去噪; 差分曲率; 水平集曲率; 梯度模

**中图分类号:** TP751.1; TN911.73 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

## Improved adaptive total variational image denoising model

Lu Siqi<sup>1</sup> Zhou Xianchun<sup>2</sup> Wang Zhifei<sup>1</sup>

(1. School of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China; 2. School of Artificial Intelligence (School of Future Technology), Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

**Abstract:** Aiming at the shortcomings of the traditional total variational denoising methods, such as low peak SNR and low iteration efficiency, a new adaptive total variational denoising model is proposed in this paper. Firstly, the regular exponent of the total variational equation is improved by using differential curvature to distinguish noise points. Then, combined with the properties of level set curvature and gradient mode, the smooth region and edge region can achieve different denoising effects, so that the new model can preserve both edge and smooth noise. Experimental results show that compared with the current three mainstream models, the new model improves the peak signal to noise ratio (PSNR) by more than 1.4 dB, reduces the mean absolute error by more than 2.5, improves the iteration efficiency by at least 1.6 times, and increases equally the structural similarity by 0.13, which is more beneficial to practical application.

**Keywords:** adaptive total variational denoising; differential curvature; level set curvature; gradient mode

## 0 引言

图像处理是构建测绘系统的重要环节,对提高系统的测量精确度和显示的清晰度具有重要意义。图像的处理方法包括图像识别<sup>[1]</sup>、图像增强<sup>[2]</sup>、图像复原<sup>[3-4]</sup>、图像分割<sup>[5]</sup>等。大多数方法需要对清晰的图像进行处理,因此,图像去噪成为了热门话题。目前,图像去噪的方法有

很多。传统的图像去噪方法考虑到噪声的高频性质,通过各种变换如小波变换<sup>[6]</sup>等,将图像从空间域转换到变换域中,利用软、硬阈值法将噪声系数变为0,从而消除噪声。但是,高频系数不仅包括了噪声,也包括了信号,因此阈值的选取可能会造成边缘模糊或者失真现象。为了去噪的同时,边缘信息得到很好地保留,基于变分偏微分<sup>[7-13]</sup>的方法引起了热潮。基于 $\ell_2$ 范数的变分去噪模型是各向同性的,在各点的扩散系数相同,因

收稿日期: 2021-12-01 Received Date: 2021-12-01

\* 基金项目: 省级大学生创新训练项目(202210300147Y)资助

此在平坦区域去噪效果较好,但是无法保留边缘,产生边缘模糊现象。为了保留边缘,Rudin等人提出了全变分模型(TV模型)。这种模型是基于 $\ell_1$ 范数的各向异性模型,去噪的同时可以保留边缘信息。但是,此模型是沿着边缘方向扩散的,因此会将大噪声当作虚假边缘,产生阶梯效应。结合这两种模型的优缺点,基于 $\ell_p$ 范数的去噪模型被提出了,此模型在平坦区域趋于 $\ell_2$ 范数的去噪模型,在边缘趋于TV模型,因此去噪的效果更好,但是存在阶梯效应。为了消除阶梯效应,张红英等<sup>[14]</sup>引入了高斯滤波算子,可以滤去大噪声。虽然一定程度上缓解了阶梯效应。但是,图像仍存在着边缘模糊、纹理过于平滑现象。为了更好地去噪,学者们提出了高阶全变分模型,但是此模型容易丢失边缘细节信息等。吴登辉等<sup>[15]</sup>提出了基于四阶扩散模型的去噪方法,但是存在边缘等模糊现象。王俊等<sup>[16]</sup>将高斯滤波引入四阶微分模型中,可以滤去更多的噪声,但是也有边缘模糊现象。戚凯丽等<sup>[17]</sup>结合了小波变换和四阶微分模型对图像进行去噪,保留了较好的边缘,但是此方法效率上有待提高。

为了保留更多的纹理、边缘信息,消除阶梯效应,本文对基于 $\ell_p$ 范数的去噪模型进行了改进。提出了结合差分曲率<sup>[18-20]</sup>、水平集曲率<sup>[21]</sup>和梯度模的去噪新模型。这种新模型通过差分曲率的性质,将噪声点从边缘与平坦区域区分出来。然后,利用水平集曲率和梯度模,使模型在平滑区和边缘区进行不同的去噪效果,从而兼具平滑噪声和保留边缘的特点。与目前3种主要的全变分模型相比,改进的模型不仅在图像视觉上有了很大的改善,PSNR及SSIM大幅提高,MAE显著降低,并且计算的迭代次数效率明显提高。因此,新模型具有良好的去噪能力。

### 1 三种主要的全变分图像去噪模型

设 $v_0$ 为原始图像, $In$ 为噪声, $v$ 为加噪图像,则:

$$v = v_0 + In \tag{1}$$

#### 1.1 基于 $\ell_2$ 范数的图像去噪模型

令 $u$ 为去噪图像,则基于 $\ell_2$ 范数的图像去噪模型为:

$$\min_u E_2(u) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} |\nabla u|^2 dx dy + \frac{\lambda}{2} \iint_{\Omega} |u - v|^2 dx dy \tag{2}$$

利用梯度下降法求解式(2),其欧拉-拉格朗日方程对应的偏微分方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (\nabla u) - \lambda(u - v) \tag{3}$$

在式(3)中,可以发现 $\nabla u$ 的系数为1。因此,这种

模型是各向同性的,在边缘处也平滑滤波,无法保留边缘。从图像视觉上,去噪图像比较模糊,在边缘处过于平滑。为了平滑噪声的同时,也能保留边缘,提出了基于 $\ell_1$ 范数的TV去噪模型。

#### 1.2 基于 $\ell_1$ 范数的TV模型

令 $u$ 为去噪图像,则基于 $\ell_1$ 范数的图像去噪模型为:

$$\min_u E_2(u) = \iint_{\Omega} |\nabla u| dx dy + \frac{\lambda}{2} \iint_{\Omega} |u - v|^2 dx dy \tag{4}$$

利用梯度下降法求解式(4),其欧拉-拉格朗日方程对应的偏微分方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda(u - v) \tag{5}$$

在式(5)中,可以发现 $\nabla u$ 的系数为 $1/|\nabla u|$ ,其值与像素梯度模成反比。因此,这种模型的性质与第一种模型不同,是各向异性的。在边缘区,像素梯度模值较大, $1/|\nabla u| \rightarrow 0$ ,因此在边缘区不易扩散。但是在平滑区,像素梯度模值较小, $1/|\nabla u|$ 值较大。所以在平滑区可以平滑噪声。与第1种模型相比,TV模型在图像视觉上更加清晰。但是,TV模型以梯度模作为正则项,容易将噪声当作边缘,产生阶梯效应。

#### 1.3 基于 $\ell_p$ 范数的图像去噪模型

令 $u$ 为降噪图像,则基于 $\ell_p$ 范数的图像去噪模型为:

$$\min_u E_2(u) = \frac{1}{p} \iint_{\Omega} |\nabla u|^p dx dy + \frac{\lambda}{2} \iint_{\Omega} |u - v|^2 dx dy \tag{6}$$

其中, $p(x,y) = 1 + 1/(1 + |\nabla G_{\sigma} * v(x,y)|^2)$ , $G_{\sigma}$ 为标准差为 $\sigma$ 的高斯滤波器。

利用梯度下降法求解式(6),其欧拉-拉格朗日方程对应的偏微分方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|^{2-p}} \right) - \lambda(u - v) \tag{7}$$

在式(6)中,可以发现此模型引入了一个正则项指数,并通过正则项指数实现前两种模型的去噪效果。此模型先对含噪图像进行高斯滤波,可以消除TV模型的阶梯效应。在边缘区,高斯滤波后图像的像素梯度较大, $p$ 趋于1,即 $2-p$ 趋于1,图像进行TV模型去噪,从而可以保留边缘。在平滑区,高斯滤波后图像的像素梯度较小, $p$ 趋于2,即 $2-p$ 趋于0,图像进行 $\ell_2$ 模型去噪,从而在平滑区平滑噪声。此模型结合了前两种模型的优点,兼具保留边缘和平滑噪声的特点。但是,此模型在峰值信噪比和平均绝对误差上还有很大的提升空间,在计算的迭代效率上也还可以提高。

将3种主要的全变分图像去噪模型进行比较,基于

$\ell_p$  范数的图像去噪模型在图像视觉方面,图像更加清晰,轮廓更加鲜明。在去噪指标方面,PSNR 与前两种模型相比,数值上更高,并且 MAE 和 SSIM 值较优,在迭代次数效率上也有一定的优势。但是,基于  $\ell_p$  范数的图像去噪模型在这 4 个方面仍有很大的提升空间。

$$p(x,y) = \begin{cases} 2, & d1(x,y) \leq 0.001 \\ 1 + \frac{1}{1 + (qulvtidu(x,y) * V1(x,y))^{1+d1(x,y)}}, & d1(x,y) > 0.001 \end{cases} \quad (8)$$

其中:

$$qulvtidu(x,y) = k + |\nabla u| \quad (9)$$

在式(9)中:

$$k = \frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{xx}}{(u_x^2 + u_y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (10)$$

$$|\nabla u| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \quad (11)$$

在式(8)中,  $V1(x,y)$  为  $qulvtidu(x,y)$  的归一化局部方差。 $d1(x,y)$  为归一化的差分曲率  $D$ 。差分曲率  $D$  的公式如下:

$$D = \|u_{\eta\eta} - |u_{\xi\xi}\| \quad (12)$$

式(12)中:

$$u_{\eta\eta} = \frac{(u_x^2 u_{xx} + 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{yy})}{(u_x^2 + u_y^2)} \quad (13)$$

$$u_{\xi\xi} = \frac{(u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy} + u_x^2 u_{yy})}{(u_x^2 + u_y^2)} \quad (14)$$

差分曲率  $D$  可以区分平滑区、边缘区以及孤立噪声点。在边缘区,  $D$  值较大。而在平滑区,  $D$  值较小。在孤立噪声点处,  $D$  值几乎为 0。因此,可以利用归一化后的差分曲率  $D$  的数值区分出噪声点。

因为在孤立噪声点处,归一化后的差分曲率  $d1$  几乎为 0,本文提出的新模型设置了基于  $d1$  的阈值。当  $d1 \leq 0.001$  时,此时在对噪声点进行滤波。令  $p(x,y) = 2$ ,进行基于  $\ell_2$  范数的图像去噪模型,可以有效地平滑噪声。

当  $d1 > 0.001$  时,此时在平滑区或者边缘区进行去噪。因此,要想在平滑区平滑噪声,并且可以保留边缘,则  $p(x,y)$  在平滑区要趋于 2,在边缘区趋于 1。结合水平集曲率、梯度模以及相关的局部方差,则  $qulvtidu(x,y) * V1(x,y)$  在平滑区趋于 0;在边缘区趋于  $qulvtidu(x,y)$ ,此数值较大。

为了缩短  $p(x,y)$  在平滑区趋于 2,在边缘区趋于 1 的时间,在  $qulvtidu(x,y) * V1(x,y)$  添加了指数量  $1 + d1(x,y)$ 。

从整体来看,当  $d1 \leq 0.001$  时,  $p(x,y) = 2$ ;当  $d1 > 0.001$  时,在平滑区,  $p(x,y) \rightarrow 2$ ;在边缘区,  $p(x,y) \rightarrow 1$ 。因此,此模型兼具保留边缘和平滑噪声的特点。

## 2 改进的自适应全变分图像去噪模型

为了提高基于  $\ell_p$  范数的图像去噪模型的效果,本文优化了  $p(x,y)$  函数,提出了一种结合差分曲率、水平集曲率和梯度模三者的新模型。新模型中  $p(x,y)$  的表达式如式(8)所示。

## 3 实验结果分析

本文以 cameraman、girl 和 NUIST 三张图片为例,使用 MATLAB R2017b 软件进行了大量实验。在实验过程中,在原始图像的基础上,分别添加标准差  $\sigma = 20, 25$  的高斯白噪声,并采用 3 种主要的全变分图像去噪模型作为对比模型,设置参数,观察新模型与 3 种模型的峰值信噪比 PSNR、平均绝对误差 MAE、结构相似性 SSIM,以及计算的迭代效率数值情况。

其中,峰值信噪比 PSNR 公式为:

$$PSNR = 10 \times \lg \left( \frac{(2^n - 1)^2}{MSE} \right) \quad (15)$$

在式(15)中:

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} \|I(i,j) - K(i,j)\|^2 \quad (16)$$

其中,  $m, n$  是图像的行数与列数,  $I(i,j)$  是去噪后图像,  $K(i,j)$  是原图。PSNR 是基于像素点间的误差,来表示图像去噪性能的好坏。其数值越大,失真越小。

平均绝对误差 MAE 公式为:

$$MAE = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} |I(i,j) - K(i,j)| \quad (17)$$

MAE 是对应像素点的绝对误差的平均。因此,MAE 值越小,失真越小。

结构相似性 SSIM 公式为:

$$SSIM = \frac{(2\mu_x \mu_y + c_1)(\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)} \quad (18)$$

在式(18)中,  $x$  是原图,  $y$  是去噪后的图像。 $\mu_x$  是  $x$  的平均值,  $\mu_y$  是  $y$  的平均值,  $\sigma_x^2$  是  $x$  的方差,  $\sigma_y^2$  是  $y$  的方差,  $\sigma_{xy}$  是  $x$  和  $y$  的协方差,  $c_1 = (0.01L)^2, c_2 = (0.03L)^2, L = 255$ 。

SSIM 是衡量两张图像相似性的指标,其值大小在 (0,1) 之间。两张图像越相似,SSIM 越接近 1。因此,SSIM 值越大越好。

### 3.1 模型去噪指标值

令 4 种模型的参数相同,首先从 3 个去噪指标

(PSNR, MAE, SSIM) 来看, 新模型效果最好。当  $\sigma = 20$  时, 取时间间隔  $dt = 0.1$ ; 保真项系数  $\lambda = 0.1$ ; 迭代次数为  $N = 50$ 。当  $\sigma = 25$  时, 取时间间隔  $dt = 0.15$ ; 保真项系数  $\lambda = 0.05$ ; 迭代次数为  $N = 50$ 。

Cameraman、girl 和 NUIST 三张原图如图 1 所示。

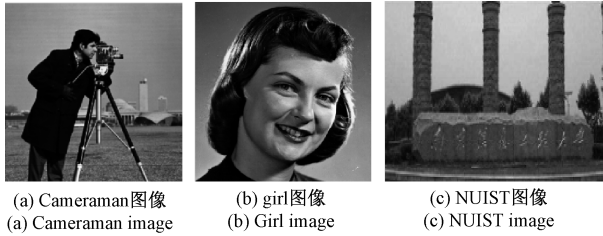


图 1 Cameraman, girl 和 NUIST 原图

Fig. 1 Cameraman, girl and NUIST images

1) cameraman 图像分析

首先分析 cameraman 图像, 令噪声标准差  $\sigma = 20$ , 设置相关的参数, 分别使用 4 种模型进行图像去噪。cameraman 图像去噪结果图如图 2 所示, 对应的 3 种去噪指标值如表 1 所示。



图 2 对含  $\sigma = 20$  噪声的 cameraman 图像降噪结果

Fig. 2 Denoising results of cameraman images with  $\sigma = 20$  noise

表 1 含  $\sigma = 20$  噪声的 cameraman 降噪图

PSNR、MAE 和 SSIM 值

Table 1 PSNR, MAE and SSIM values of cameraman with  $\sigma = 20$  noise denoising images

模型	PSNR/dB	MAE	SSIM
$\ell_2$ 去噪模型	21.779 0	11.549 4	0.678 2
$\ell_1$ 去噪模型	25.745 5	10.165 6	0.539 7
$\ell_p$ 去噪模型	27.009 8	8.515 9	0.641 4
新模型	28.703 2	6.080 9	0.823 7

观察图 2, 从视觉上, 可以发现图 2(b) 比较模糊, 没有保留边缘。在图 2(c) 和(d) 中, 边缘得到了较好的保留, 但是噪声点较多。相反, 图 2(e) 的轮廓更加清晰, 噪声点少, 更加接近原图。因此, 在视觉方面, 新模型的去噪效果要比其他 3 种模型更好。

观察表 1, 当噪声标准差  $\sigma = 20$  时, 新模型的 PSNR 值最大, 增大了 1.7 dB 以上, MAE 最小, 减少了 2.5 以上, 并且, 结构相似性 SSIM 也是最大的, 更加接近于 1。因此, 在这 3 种去噪指标方面, 新模型的去噪效果更佳。

接着, 改变  $\sigma$  的值, 令  $\sigma = 25$ , 分别采用 4 种模型对 cameraman 图像去噪。去噪结果图如图 3 所示, 对应的 3 种去噪指标数值如表 2 所示。

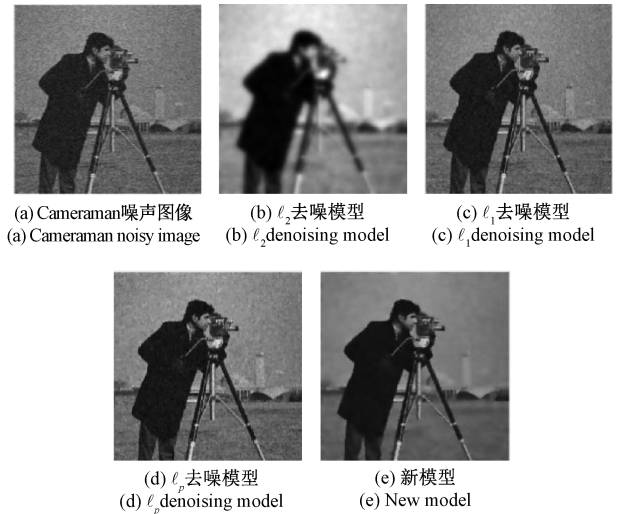


图 3 对含  $\sigma = 25$  噪声的 cameraman 图像降噪结果

Fig. 3 Denoising results of cameraman images with  $\sigma = 25$  noise

观察图 3, 可以发现采用新模型去噪的结果(图 3(e))明显要比其他 3 种模型的去噪效果更好, 噪声点少, 更加接近原图。

表 2 含  $\sigma = 25$  噪声的 cameraman 降噪图

PSNR、MAE 和 SSIM 值

Table 2 PSNR, MAE and SSIM values of cameraman with  $\sigma = 25$  noise denoising images

模型	PSNR/dB	MAE	SSIM
$\ell_2$ 去噪模型	20.873 0	13.086 6	0.637 6
$\ell_1$ 去噪模型	24.870 9	11.125 7	0.504 6
$\ell_p$ 去噪模型	26.036 8	9.378 9	0.604 5
新模型	27.491 3	6.826 7	0.803 9

观察表 2, 当  $\sigma = 25$  时, 新模型的 PSNR 值最大, 增大了 1.4 dB 以上, MAE 值最小, 减少了 2.5 以上, 并且 SSIM 值最大, 增大了 0.17 以上。在数值上, 新模型的去噪效果更加优越。与表 1 相比, 当标准差  $\sigma$  增大时, 每种

模型的 PSNR 值减小,MAE 值增大,SSIM 值减少,符合预期情况。

从结果上看,当 4 种方法的参数设置相同时,在视觉上,新模型的去噪结果图更加清晰。在数值指标上,其 PSNR、MAE 以及 SSIM 值比其他 3 种模型更佳。因此,新模型的去噪效果更加显著。

2) girl 图像分析

再分析 girl 图像,依次添加  $\sigma = 20, \sigma = 25$  的噪声,图像去噪结果图如图 4 和 5 所示,对应的 3 种去噪指标数值如表 3 和 4 所示。

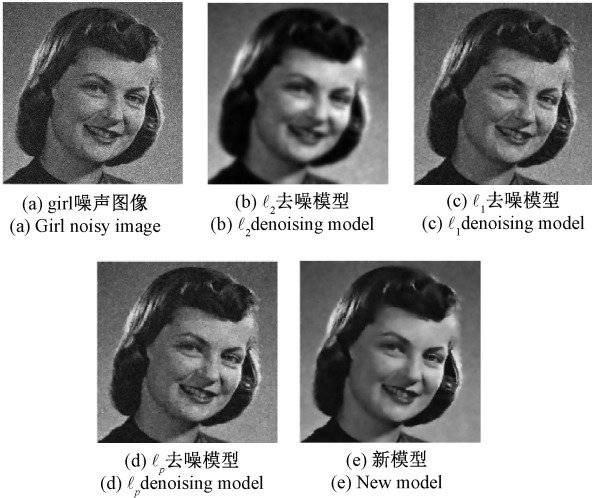


图 4 对含  $\sigma = 20$  噪声的 girl 图像降噪结果

Fig. 4 Denoising results of girl images with  $\sigma = 20$  noise

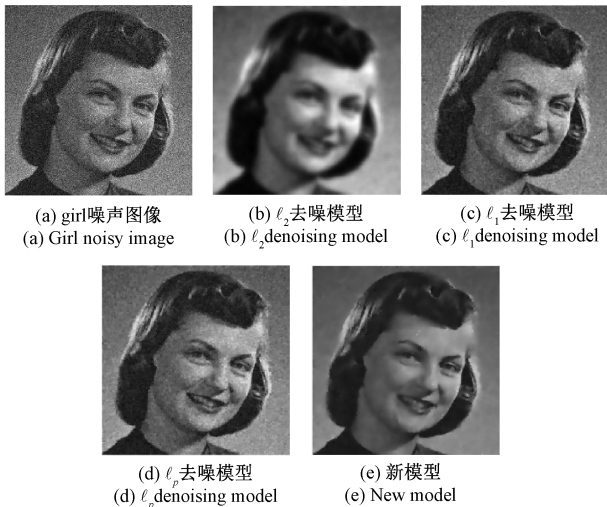


图 5 对含  $\sigma = 25$  噪声的 girl 图像降噪结果

Fig. 5 Denoising results of girl images with  $\sigma = 25$  noise

观察图 4 和 5,与前 3 种模型相比,新模型去噪结果(图 4(e)、图 5(e))更加清晰,噪声点更加少,轮廓更明显。在图像视觉上,新模型的去噪效果更好。

表 3 含  $\sigma=20$  噪声的 girl 降噪图 PSNR、MAE 和 SSIM 值  
Table 3 PSNR, MAE and SSIM values of girl with  $\sigma=20$  noise denoising images

模型	PSNR/dB	MAE	SSIM
$\ell_2$ 去噪模型	25.473 7	8.252 1	0.763 9
$\ell_1$ 去噪模型	26.088 5	9.621 1	0.524 1
$\ell_p$ 去噪模型	27.463 9	8.002 6	0.630 9
新模型	30.481 5	5.063 0	0.859 5

表 4 含  $\sigma=25$  噪声的 girl 降噪图 PSNR、MAE 和 SSIM 值  
Table 4 PSNR, MAE and SSIM values of girl with  $\sigma = 25$  noise denoising images

模型	PSNR/dB	MAE	SSIM
$\ell_2$ 去噪模型	24.141 5	9.780 1	0.717 8
$\ell_1$ 去噪模型	25.296 7	10.396 3	0.497 4
$\ell_p$ 去噪模型	26.573 4	8.793 0	0.588 8
新模型	29.452 6	5.737 0	0.836 9

观察表 3 和 4,在指标数值上,可以发现采用新模型去噪的结果明显要比其他 3 种模型的去噪效果更优。当标准差  $\sigma$  相同时,新模型的 PSNR 值最大,增大了 3 dB 以上,MAE 值最小,减少了 3 以上,并且 SSIM 值也平均增大了 0.21。因此,可以得出新模型的去噪效果更佳。

对 girl 图像分析,在图像视觉和去噪指标上,新模型的去噪效果都是最佳的。

3) NUIST 图像分析

分析 NUIST 图像,依次添加标准差  $\sigma = 20, \sigma = 25$  的高斯白噪声。

首先,在 3 种去噪指标 (PSNR、MAE 和 SSIM) 方面,比较新模型与其他 3 种主流模型的情况。不同程度的去噪结果指标值如表 5 和 6 所示。

表 5 含  $\sigma=20$  噪声的 NUIST 降噪图 PSNR、MAE 和 SSIM 值

Table 5 PSNR, MAE and SSIM values of NUIST with  $\sigma=20$  noise denoising images

模型	PSNR/dB	MAE	SSIM
$\ell_2$ 去噪模型	24.585 5	9.602 9	0.658 7
$\ell_1$ 去噪模型	25.636 4	10.332 3	0.565 0
$\ell_p$ 去噪模型	26.898 8	8.727 8	0.652 9
新模型	28.484 0	6.719 5	0.763 0

表 6 含  $\sigma=25$  噪声的 NUIST 降噪图 PSNR、MAE 和 SSIM 值

Table 6 PSNR, MAE and SSIM values of NUIST with  $\sigma=25$  noise denoising images

模型	PSNR/dB	MAE	SSIM
$\ell_2$ 去噪模型	23.597 1	10.776 7	0.613 5
$\ell_1$ 去噪模型	24.777 2	11.306 1	0.526 2
$\ell_p$ 去噪模型	26.124 9	9.496 1	0.617 6
新模型	27.322 7	7.587 5	0.720 4

观察表 5 和 6, 新模型去噪的 PSNR 最高, 增加了 1.2 dB 以上, MAE 最小, 减少了 2.1 以上, 并且结构相似性 SSIM 值也是最高的。从这 3 种指标中, 可以更好地知道新模型的去噪效果最好。

接着, 从视觉上观察, 比较新模型去噪结果图和 NUIST 原图的差异。NUIST 原图、不同程度噪声图以及对应的新模型去噪结果如图 6 所示。

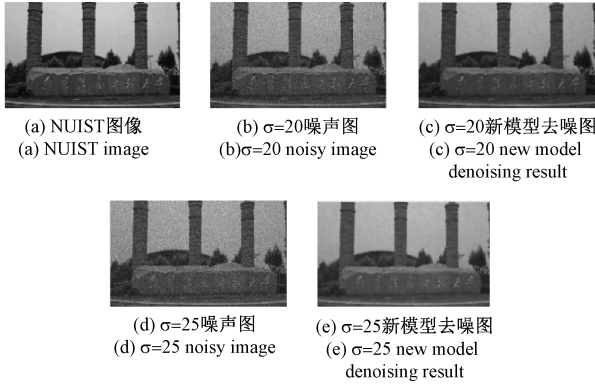


图 6 NUIST 原图、不同程度的噪声图以及新模型去噪图

Fig. 6 NUIST image, different degrees of noise images and new model denoising images

观察图 6, 与噪声图相比, 新模型去噪图大大减少了噪声点, 图形的轮廓更加清晰, 接近原图。

总结 cameraman, girl 和 NUIST 三张图像, 新模型大大提高了图像去噪的 PSNR, 也降低了 MAE, 并且 SSIM 更加接近于 1。从图像视觉来看, 新模型的结果图轮廓清晰, 噪声点少。在去噪性能指标和图像视觉两方面, 新模型的效果明显优于其他 3 种去噪模型。

### 3.2 计算的迭代效率

从计算效率方面来看, 改变迭代次数  $N$ , 使前 3 种的图像去噪模型的峰值信噪比达到最大, 或接近迭代 50 次的新模型的峰值信噪比, 得出 3 种图像去噪模型的迭代次数, 发现迭代次数远远大于 50 次, 甚至有的模型达不到新模型的峰值信噪比。因此, 新模型的效率更高。当  $\sigma = 20$  时, 比较新模型与其他 3 种模型的迭代次数如表 7 所示。

表 7  $\sigma=20$  时 4 种模型的 PSNR 及迭代次数 (PSNR/迭代次数)

Table 7  $\sigma=20$  PSNR and iteration times of four models (PSNR / iteration times)

图像	$\ell_2$ 去噪模型	$\ell_1$ 去噪模型	$\ell_p$ 去噪模型	新模型
cameraman	21.689 3/55	28.459 2/200	28.464 6/100	28.703 2/50
girl	25.301 7/55	30.069 5/504	30.410 5/504	30.481 5/50
NUIST	24.497 1/55	28.363 7/160	28.424 0/95	28.484 0/50

观察表 7, 对于 cameraman 图像, 基于  $\ell_2$  范数的去噪

模型随着迭代次数的增加反而降低, 而且其最大的峰值信噪比比新模型低很多。基于  $\ell_1$  范数的去噪模型随着迭代次数增加, 其峰值信噪比也适量增加, 在迭代 200 次时接近新模型效果, 其迭代次数是新模型的 4 倍多。基于  $\ell_p$  范数的去噪模型与 TV 模型类似, 在迭代 100 次时接近新模型效果, 其迭代次数是新模型的 2 倍多。因此, 新模型的效率相较于 3 种模型来说计算的迭代效率更高。

对于 girl 图像,  $\ell_2$  去噪模型也是随着迭代次数的增加反而降低, 其最大的峰值信噪比达不到新模型数值。 $\ell_1$  去噪模型和  $\ell_p$  去噪模型的峰值信噪比随迭代次数的增加, 在次数达到 504 时, 达到最大的峰值信噪比。但是, 最大的峰值信噪比也达不到新模型效果。从表中可以得到, 新模型的去噪效率更好。

对于 NUIST 图像, 新模型迭代 50 次的峰值信噪比比  $\ell_1$  和  $\ell_p$  两种模型迭代几百次的值还要高。并且  $\ell_2$  模型的峰值信噪比值达不到新模型的去噪效果。因此, 新模型在迭代次数效率上更好。

改变  $\sigma$  的值, 令  $\sigma = 25$  时, 比较新模型与其他 3 种模型的迭代次数如表 8 所示。

表 8  $\sigma=25$  时 4 种模型的 PSNR 及迭代次数 (PSNR/迭代次数)

Table 8  $\sigma=25$  PSNR and iteration times of four models (PSNR / iteration times)

图像	$\ell_2$ 去噪模型	$\ell_1$ 去噪模型	$\ell_p$ 去噪模型	新模型
cameraman	20.775 3/55	27.033 5/100	27.377 4/80	27.491 3/50
girl	23.979 2/55	27.832 6/197	27.886 3/138	29.452 6/50
NUIST	23.503 4/55	27.269 7/100	27.268 3/72	27.322 7/50

观察表 8, 对于 cameraman 图像, 基于  $\ell_2$  范数的去噪模型随着迭代次数的增加反而降低。相反,  $\ell_1$  去噪模型和  $\ell_p$  去噪模型的峰值信噪比随迭代次数的增加而增加, 在迭代次数为 100 和 80 时, 接近新模型的去噪效果。与 3 种模型相比, 新模型的迭代效率至少提高 1.6 倍。对于 girl 图像, 这 3 种模型在达到最佳情况时, 峰值信噪比均达不到新模型的数值。对于 NUIST 图像来说,  $\ell_2$  模型达不到新模型的去噪效果, 与  $\ell_1$  和  $\ell_p$  模型相比, 新模型的迭代次数效率提高了 1.5 倍以上。因此, 新模型的计算的迭代次数效率更高。

## 4 结论

本文在研究 3 种主要的全变分图像去噪模型的基础上, 对正则项指数进行了改进, 改进的模型利用差分曲率的性质区分出噪声点, 并结合水平集曲率和梯度模, 能够在平滑区内快速平滑去噪, 在边缘区进行保留。实验结果表明, 与 3 种主要的模型相比, 当  $\sigma = 20$  时, 新模型的

峰值信噪比提高了 1.7 dB 以上,平均绝对误差也减少了 2.5 以上,结构相似性平均增加了 0.14,并且迭代效率至少提高了 2 倍。当  $\sigma = 25$  时,新模型的峰值信噪比提高了 1.4 dB 以上,平均绝对误差减少了至少 2.5,结构相似性平均增加了 0.13,而迭代效率提高了至少 1.6 倍。从结果上看,新模型去噪效果显著提高。

## 参考文献

- [ 1 ] 朱阳光,刘瑞敏,黄琼桃. 基于深度神经网络的弱监督信息细粒度图像识别[J]. 电子测量与仪器学报, 2020,34(2): 115-122.  
ZHU Y G, LIU R M, HUANG Q T. Weak supervised information fine-grained image recognition based on deep neural network [J]. Journal of Electronic Measurement and Instruments, 2020, 34(2): 115-122.
- [ 2 ] 张艳,张明路,蒋志宏,等. 基于改进的 LIP 算法低照度图像增强算法[J]. 电子测量与仪器学报, 2019, 33(11): 147-154.  
ZHANG Y, ZHANG M L, JIANG ZH H, et al. Low illumination image enhancement algorithm based on improved lip algorithm [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33 ( 11 ): 147-154.
- [ 3 ] 鱼轮,李晖晖. 基于学习字典和稀疏约束的湍流退化图像盲复原[J]. 电子测量技术, 2020, 43 ( 17 ): 105-109.  
YU L, LI H H. Blind restoration of turbulence degraded images based on learning dictionary and sparse constraint[J]. Electronic Measurement Technology, 2020, 43 ( 17 ): 105-109.
- [ 4 ] 侯一兴,李敏,邵晓琦,等. 基于主动光源透射率校正的水下图像恢复[J]. 国外电子测量技术, 2020, 39(10): 14-18.  
HOU Y X, LI M, SHAO X Q, et al. Underwater image restoration based on active light source transmittance correction [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2020, 39(10): 14-18.
- [ 5 ] 赵其杰,周安稳,朱俊豪,等. 基于 PE-Vnet 网络的三维骨骼图像分割方法[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(7): 243-251.  
ZHAO Q J, ZHOU AN W, ZHU J H, et al. 3D bone image segmentation method based on PE Vnet network [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41 ( 7 ): 243-251.
- [ 6 ] 杨哲,邵哲平. 基于自适应小波阈值与曲波变换的 SAR 图像去噪[J]. 中国航海, 2020, 43(4): 46-51.  
YANG ZH, SHAO ZH P. SAR image denoising based on adaptive wavelet threshold and curve transform [J] China Navigation, 2020, 43 ( 4 ): 46-51.
- [ 7 ] YANG J H, ZHAO X L, MEI J J, et al. Total variation and high-order total variation adaptive model for restoring blurred images with Cauchy noise [J]. Computers & Mathematics with Applications, 2019, 77 ( 5 ): 1255-1272.
- [ 8 ] ZHOU L Y, ZHANG T. Image denoising based on mixed total variation regularization with decision-making scheme [J]. Multimedia Tools and Applications, 2020, 79(11-12): 7543-7557.
- [ 9 ] 芦碧波,王乐蓉. 全变分引导的双边滤波图像去噪方法[J]. 光学技术, 2018, 44(2): 194-200.  
LU B B, WANG L R. Total variation-guided bilateral filtering for image denoising [J]. Optical Technique, 2018, 44(2): 194-200.
- [ 10 ] 栾宁丽,金聪. 基于加权函数的全变分图像去噪模型[J]. 电子测量技术, 2018, 41(7): 58-63.  
LUAN N L, JIN C. Total variational image denoising mode based on weighting function [J]. Electronic Measurement Technology, 2018, 41(7): 58-63.
- [ 11 ] 谈晶圩,杨敏. 基于改进的全变分图像去噪算法研究[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2020, 40(2): 95-100.  
TAN J W, YANG M. research on image denoising algorithm based on improved total variation[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2020, 40 ( 2 ): 95-100.
- [ 12 ] 陶星朋,徐宏辉,郑建炜,等. 基于非凸低秩矩阵逼近和全变分正则化的高光谱图像去噪[J]. 计算机科学, 2021, 48(8): 125-133.  
TAO X P, XU H H, ZHENG J W, et al. Hyperspectral image denoising based on non-convex low-rank matrix approximation and total variational regularization [J]. Computer Science, 2021, 48(8): 125-133.
- [ 13 ] 呼亚萍,孔韦韦,黄翠玲,李萌. 一种基于卷积运算与全变分模型的图像去噪方法[J]. 电讯技术, 2020, 60(10): 1194-1199.  
HU Y P, KONG W W, HUANG C L, et al. An image denoising method based on convolution operation and total variational model [J] Telecommunication Technology, 2020, 60 ( 10 ): 1194-1199.
- [ 14 ] 张红英,彭启琮. 全变分自适应图像去噪模型[J]. 光电工程, 2006(3): 50-53.  
ZHANG H Y, PENG Q C. Fully variational adaptive image denoising model [J] Optoelectronic Engineering, 2006 ( 3 ): 50-53.
- [ 15 ] 吴登辉,周先春,陈铭. 基于四阶非线性偏微分方程的图像去噪算法[J]. 电子测量与仪器学报, 2017,

- 31(6): 839-843.  
WU D H, ZHOU X CH, CHEN M. Image denoising algorithm based on fourth-order nonlinear partial differential equation [J] Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2017, 31 (6): 839-843.
- [16] 王俊,杨成龙. 一种改进的四阶偏微分方程图像去噪模型[J]. 数学的实践与认识,2017,47(7):140-145.  
WANG J, YANG CH L. An improved fourth-order partial differential equation image denoising model [J] Practice and Understanding of Mathematics, 2017, 47 (7): 140-145.
- [17] 戚凯丽,汪汇兵,欧阳斯达,等. 结合双树复小波变换的四阶偏微分影像去噪方法[J]. 测绘科学技术学报, 2017,34(5):529-534.  
QI K L, WANG H B, OUYANG S D, et al. Fourth order partial differential image denoising method combined with dual tree complex wavelet transform [J] Journal of Surveying and Mapping Science and Technology, 2017, 34 (5): 529-534.
- [18] 殷素雅,唐泉. 基于偏微分方程的自适应图像去噪模型[J]. 科技通报,2021,37(4):83-87.  
YIN S Y, TANG Q. Adaptive image denoising model base on partial differential equation [J]. Science and Technology Bulletin, 2021,37 (4):83-87.
- [19] 刘盈娣,周可法,王金林,等. 基于曲率差分的自适应全变分去噪算法[J]. 计算机工程与应用,2016,52(16):167-170.  
LIU Y D, ZHOU K F, WANG J L, et al. Adaptive total variation denoising algorithm based on curvature difference [J]. Computer Engineering and Application, 2016,52 (16):167-170.
- [20] 周先春,吴婷,石兰芳,等. 一种基于曲率变分正则化的小波变换图像去噪方法[J]. 电子学报,2018,46(3):621-628.  
ZHOU X CH, WU T, SHI L F, et al. A wavelet transform image denoising method based on curvature variational regularization [J]. Acta Electronica Sinica, 2018,46 (3):621-628.
- [21] 周先春,汪美玲,石兰芳,等. 基于梯度与曲率相结合的图像平滑模型的研究[J]. 物理学报,2015,64(4):136-142.  
ZHOU X CH, WANG M L, SHI L F, et al. Research on image smoothing model based on gradient and curvature [J]. Journal of Physics, 2015, 64(4):136-142.

### 作者简介



**鲁思琪**,2021年于湖北理工学院获得学士学位,现为南京信息工程大学硕士研究生,主要研究方向为数字图像处理。

E-mail: lusiqi2021@163.com

**Lu Siqi** received her B. Sc. degree from Hubei Polytechnic University in 2021. She is now a M. Sc. candidate at Nanjing University of Information Science and Technology. Her main research interest includes digital image processing.



**周先春**(通信作者),博士,现为南京信息工程大学硕士生导师,教授,中国电子学会高级会员,主要研究方向为信号与信息处理。

E-mail: 001398@nuist.edu.cn

**Zhou Xianchun** (Corresponding author), Ph. D., is now a professor and M. Sc. supervisor at Nanjing University of Information Science and Technology, he is also a senior member of China Electronics Society. His main research interests include signal and information processing.