· 82 ·

DOI: 10. 13382/j. jemi. B2104834

# 运动约束辅助的基于 SVD-CKF 的组合导航方法\*

章司怡<sup>1,2</sup> 陈熙源<sup>1,2</sup>

(1.东南大学仪器科学与工程学院 南京 210096;2. 微惯性仪表与先进导航技术教育部重点实验室 南京 210096)

摘 要:针对强机动车载环境下 GNSS/SINS 组合导航系统非线性增强以及随着迭代次数增加,舍入误差累积,协方差阵不再非 负定,导致滤波精度下降甚至滤波发散,提出了运动约束辅助的基于 SVD-CKF 的组合导航方法。在传统运动约束的基础上,引 入了向心加速度约束,抑制了载体的前向速度误差发散,避免了载体拐弯时发生侧滑导致的定位精度下降。为了验证算法的有 效性进行了车载实验,结果表明相较于经典 SVD-CKF 算法,基于运动约束辅助的 SVD-CKF 算法的经度、纬度误差在 3 个弯道 处平均减小了 10.54%和44.64%,东向、北向速度误差平均减小了 50.87%和62.61%。该算法不仅提高了车载环境下的定位精 度,也提高了组合导航系统的稳定性和鲁棒性。

关键词: GNSS/SINS 组合导航系统;非线性;向心加速度;奇异值分解;容积卡尔曼滤波 中图分类号: TN96;TH701 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 590.35

# Motion constraint aided integrated navigation method based on SVD-CKF

Zhang Siyi<sup>1,2</sup> Chen Xiyuan<sup>1,2</sup>

(1. Southeast University Instrument Science and Engineering, Nanjing 210096, China; 2. Key Laboratory of Micro-inertial Instrument and Advanced Navigation Technology, Ministry of Education, Nanjing 210096, China)

Abstract: Aiming at the nonlinearity enhancement of the GNSS/SINS integrated navigation system in strong maneuvering vehicular environment and the accumulation of rounding errors as the iteration times increase, the covariance matrix is no longer non-negative, resulting in filtering accuracy decrease even filtering divergence, motion constraint aided integrated navigation method based on SVD-CKF was proposed. To restrain the divergence of forward velocity errors and the decrease of position accuracy when sideslip occurs, the centripetal acceleration constraint is introduced based on the traditional motion constraint. In order to verify the effectiveness of the algorithm, a car experiment was carried out. Compared with the standard SVD-CKF, the results show that the longitude and latitude error of the proposed motion constraint aided SVD-CKF algorithm reduced by about 10. 54% and 44. 64% on average at the curve, the east and north velocity errors are reduced by about 50. 87% and 62. 61% on average. This algorithm not only ensures the position accuracy of the carrier in vehicular environment, but also improves the stability and robustness of the integrated navigation system.

Keywords: GNSS/SINS integrated navigation system; nonlinear; centripetal acceleration; singular value decomposition; cubature Kalman filter

# 0 引 言

随着智能驾驶技术的不断发展,单一导航定位技术 已经无法满足智能车辆对导航定位精度的要求<sup>[1]</sup>。 GNSS 因其长时稳定性和较高精度弥补了 INS 误差随时 间发散的缺点,INS 以其短期高精度的特点减小了 GNSS 接收机受到干扰时或卫星失锁带来的误差<sup>[2-3]</sup>,因此 GNSS/SINS 组合导航技术被广泛应用于军事和民用 领域。

卡尔曼滤波作为应用最为成熟的信息融合技术,在 解决线性问题时十分有效,但在实际应用场景中,GNSS

收稿日期: 2021-10-25 Received Date: 2021-10-25

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金(61873064)、国家重点研发计划子课题(2017YFC0306303)项目资助

易受环境的影响,组合导航系统往往呈非线性<sup>[45]</sup>,扩展 的卡尔曼滤波(EKF)只能解决非线性程度较低的问 题<sup>[6]</sup>,无迹卡尔曼滤波(UKF)只针对低纬度状态模型效 果较好,针对高维模型容易出现协方差非正定问题<sup>[7]</sup>。 容积卡尔曼滤波(CKF)相较于 EKF 和 UKF,有更好的数 值稳定性,因此适用于强非线性且高维度问题<sup>[8]</sup>。

针对车辆在行驶过程中出现强机动行为例如拐弯时 发生侧滑、滑行导致载体定位精度降低的问题,近年来的 研究只对垂直于载体前进方向的两个方向速度做了约 束,而没有考虑到载体前向速度的约束,属于不完整 约束<sup>[9-10]</sup>。

本文针对 GNSS/SINS 组合导航中出现的强非线性 问题,提出了基于奇异值分解的容积卡尔曼滤波(SVD-CKF),同时针对车辆拐弯时等强机动状态下车轮侧滑导 致的滤波精度下降问题,提出了向心加速度辅助的运动 约束算法,保证了复杂环境下车辆的定位精度,提高了组 合导航系统的稳定性和鲁棒性。

# 1 基于向心加速度的运动约束模型

车辆行驶在路面上时,仅有前向速度,垂直于前向速 度的两个方向速度近似为0。根据这样的运动特性,可 以建立车辆的运动学约束辅助组合导航系统,但传统的 运动约束只针对这两个方向的速度进行了约束,其中约 束条件<sup>[11]</sup>为:

$$\begin{cases} v_x^b = 0\\ v_z^b = 0 \end{cases}$$
(1)

车辆在拐弯时的瞬时运动可以看成以车辆上某点为 圆心的圆周运动,会产生一个与前向速度有关的向心加 速度,本文通过引入向心加速度误差作为量测量,对车辆 在拐弯时的前向速度进行约束,从而提高组合导航系统 的精度,如图1所示。



图 1 小车拐弯示意图 Fig. 1 Turning diagram of the car

根据运动学公式,可得车辆拐弯时产生的向心加速 度大小为:

$$a_{rx} = v_y^b w_{nbz}^b$$
 (2)  
由惯性器件可得:

$$\begin{cases} \hat{a}_{rx} = f_{x}^{b} + (C_{n}^{b}g^{n})_{1} \\ v_{y}^{b} = (C_{n}^{b}v^{n})_{2} \\ w_{nbx}^{b} = w_{ibx}^{b} - (C_{n}^{b}(w_{ie}^{n} + w_{en}^{n}))_{1} \\ \text{th } \text{th }$$

由于惯性器件存在误差,进一步得到运动约束的误 差模型如下:

$$\begin{cases} \delta \boldsymbol{v}_{x}^{b} = (\boldsymbol{C}_{n}^{b} \delta \boldsymbol{v}^{n})_{1} - (\boldsymbol{C}_{n}^{b} \boldsymbol{\phi}^{n} \times \boldsymbol{v}^{n})_{1} \\ \delta \boldsymbol{v}_{y}^{b} = (\boldsymbol{C}_{n}^{b} \delta \boldsymbol{v}^{n})_{3} - (\boldsymbol{C}_{n}^{b} \boldsymbol{\phi}^{n} \times \boldsymbol{v}^{n})_{3} \\ \delta \boldsymbol{a}_{0x} = (\boldsymbol{C}_{n}^{b} \boldsymbol{\phi}^{n} \times \boldsymbol{v}^{n})_{2} \boldsymbol{\omega}_{ibz}^{b} - (\boldsymbol{C}_{n}^{b} \boldsymbol{\phi}^{n} \times \boldsymbol{g}^{n})_{1} - \\ (\boldsymbol{C}_{n}^{b} \delta \boldsymbol{v}^{n})_{2} \boldsymbol{\omega}_{ibz}^{b} + \nabla_{x}^{b} - (\boldsymbol{C}_{n}^{b} \boldsymbol{v}^{n})_{2} \boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{b} \end{cases}$$

$$(5)$$

其中, $v_x^b$ , $v_y^b$ , $v_z^b$ 为车辆在载体坐标系下的速度; $a_{rx}$ 为 车辆载体坐标系中 x 方向的向心加速度值; $w_{ibx}^b$ 为惯性器 件 x 轴敏感角速度; $f_x^b$ 为加计 x 轴比力值; $w_{ie}^n$ 、 $w_{en}^n$ 分别为 地球自转角速度和由载体运动引起的角速度,(•)<sub>i</sub>表示 该向量的第 i 个元素。

# 2 基于奇异值分解的容积卡尔曼滤波

通常用于处理非线性滤波的方法有以泰勒展开实现 线性化的扩展的卡尔曼滤波以及以样本点代替线性化的 Sigma 点类滤波器如无迹卡尔曼滤波和粒子滤波 (PF)<sup>[12]</sup>等。对于高度非线性系统,EKF中的泰勒展开 会带来较大误差,且雅可比矩阵难以计算<sup>[13]</sup>。UKF 虽 然能单独针对每一个点进行非线性转换,无需求解微 分,但对参数选取的依赖较大,容易出现滤波过程中协 方差非负定的情况<sup>[14-15]</sup>。PF 基于蒙特卡洛仿真可以产 生大量的样本点从而逼近状态的概率分布函数,适用 于处理非线性非高斯问题,但样本点容易退化,且计算 量过大<sup>[16]</sup>。

CKF 基于三阶球面径向容积准则,使用一组容积点 逼近非线性系统状态均值和协方差,实现简单且滤波精 度高<sup>[17]</sup>。但 CKF 随着滤波次数增加,舍入误差累积会导 致协方差阵不再非负定,滤波精度下降甚至滤波发散。 基于奇异值分解的容积卡尔曼滤波(SVD-CKF),利用奇 异值分解替代了标准 CKF 中的 Cholesky 分解,使得 SVD-CKF 兼具了 SVD 的数值鲁棒性以及 CKF 的高精度 特点<sup>[18]</sup>。

### 2.1 SVD 分解

经过多次滤波,CKF 中协方差矩阵 P<sub>4</sub> 逐渐失去负正

定性,但仍为n阶对称矩阵,则必定存在n阶正交阵V使得 $P_k^{T}P_k$ 相似于对角阵,假设 $P_k$ 的秩为r,且0 < r < n:

 $\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k}\boldsymbol{V} = diag(\sigma_{1}^{2}, \sigma_{2}^{2}, \cdots, \sigma_{r}^{2}, 0, \cdots, 0)$ (6)  $\boldsymbol{\bowtie} \boldsymbol{\mathfrak{H}} :$ 

$$\boldsymbol{S}_{n}^{2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{r}^{2} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$$
(7)

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_1, \boldsymbol{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1, v_2, \cdots, v_r, v_{r+1}, \cdots, v_n, \end{bmatrix}$$
(8)

其中,  $\sigma_1^2$ ,  $\sigma_2^2$ , ...,  $\sigma_r^2$  为  $P_k^T P_k$  非零特征值, 令  $U_1 = P_k V_1 S_r^{-1}$ , 将  $U_1$  扩充为一组标准正交基, 即存在  $U_2$  使得  $U = [U_1, U_2]$  为 n 阶正交阵。计算可得:

$$\boldsymbol{U}_{T}\boldsymbol{P}_{k}\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k}\boldsymbol{V}_{1} & \boldsymbol{U}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k}\boldsymbol{V}_{2} \\ \boldsymbol{U}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k}\boldsymbol{V}_{1} & \boldsymbol{U}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k}\boldsymbol{V}_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{r}^{2} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$$
(9)

$$\boldsymbol{P}_{k} = \boldsymbol{U} \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{r}^{2} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{U} \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{r}^{2} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}$$
(10)

SVD 分解可以将任意矩阵分解成几个相对简单的矩 阵乘积,既保持了被分解矩阵的特性,又避免了开方运算 保证了迭代过程中的数值鲁棒性<sup>[19]</sup>。

## 2.2 SVD-CKF

容积卡尔曼滤波的本质是将非线性滤波转化为数值 积分进行处理,积分方式通常为:

$$I(f) = \int_{\mathfrak{M}^n} f(x) \exp(-x^{\mathrm{T}} x) \,\mathrm{d}x \tag{11}$$

采用球面径向积分可将上述积分形式转换成:

$$I(f) = \int_0^\infty \int_{U_n} f(r\mathbf{s}) r^{n-1} \exp(-r^2) \,\mathrm{d}\sigma(\mathbf{s}) \,\mathrm{d}r \tag{12}$$

分别利用球面积分规则和径向积规则求解上述积分,得到基于三阶 spherical-radial 规则的积分<sup>[20]</sup>求解

$$I(f) \approx \sum_{j=1}^{m_s} \sum_{i=1}^{m_r} a_i b_j f(r_i s_j) = \sum_{i=1}^m w_i f(\xi_i)$$
(13)

其中, 
$$w_i = 1/m, i = 1, 2, \dots, 2n; \xi_i = \sqrt{\frac{m}{2}} [1]_i$$

 $[1]_i$ 表示集合 [1] 的第 *i* 列。

SVD 分解后的协方差矩阵可以表示为:

$$\boldsymbol{P}_{k-1} = \boldsymbol{U}_{k-1} \boldsymbol{S}_{k-1} \boldsymbol{U}_{k-1}^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

按照以上规则,基于奇异值分解的容积卡尔曼滤波 算法流程如下。

# 2.3 模型建立

GNSS/SINS 组合导航系统选用地心坐标系 *i* 为惯性 坐标系,东北天坐标系 *n* 作为导航坐标系,对应着载体右 前上坐标系 *b*,系统的状态向量为:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{\varphi}_{eb}^{e} & \delta \boldsymbol{v}_{eb}^{e} & \delta \boldsymbol{r}_{eb}^{e} & \boldsymbol{b}_{a} & \boldsymbol{b}_{g} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(15)

其中, $\delta \boldsymbol{\varphi}_{eb}^{\varepsilon} \langle \delta \boldsymbol{v}_{eb}^{\varepsilon} \rangle \langle \delta \boldsymbol{r}_{eb}^{\varepsilon} \rangle \boldsymbol{b}_{a}$ 以及 $\boldsymbol{b}_{g}$ 分别代表载体姿态 角误差、速度误差、位置误差、加速度计偏置以及陀螺 偏置。 

 算法 1
 SVD-CKF 算法说明 基于奇异值分解的容积卡尔曼滤波算法

 初始值:
  $\hat{x}_{k-11k-1}, P_{k-11k-1}, Q_{k-1}, R_k$  

 for  $i = 1, \dots, N$  do

  $x_{k-1}^i = U_{k-1}^i \sqrt{S_{k-11k-1}} \xi_i + \hat{x}_{k-11k-1} w_{k-1}^i = 1/N$  

 end for

 时间更新

  $\hat{x}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^N w_{k-1}^i f(x_{k-1}^i)$ 
 $P_{k|k-1} = \sum_{i=1}^N w_{k-1}^i (f(x_{k-1}^i) - \hat{x}_{k|k-1}) (f(x_{k-1}^i) - \hat{x}_{k|k-1})^T + Q_{k-1}$  

 for  $i = 1, \dots, N$  do, 传播容积点

  $x_{k-1}^i = U_{k-1}^i \sqrt{S_{k|k-1}} \xi_i + \hat{x}_{k-1|k-1} w_{k|k-1}^i = 1/N$  

 end for

$$\hat{z}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{N} w_{k|k-1}^{i} h(\mathbf{x}_{k|k-1}^{i})$$

$$P_{k|k-1}^{zz} = \sum_{i=1}^{N} w_{k|k-1}^{i} (h(\mathbf{x}_{k|k-1}^{i}) - \hat{z}_{k|k-1}) (h(\mathbf{x}_{k|k-1}^{i}) - \hat{z}_{k|k-1})^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_{k}$$

$$P_{k|k-1}^{zz} = \sum_{i=1}^{N} w_{k|k-1}^{i} (\mathbf{x}_{k|k-1}^{i} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) (h(\mathbf{x}_{k|k-1}^{i}) - \hat{z}_{k|k-1})^{\mathrm{T}}$$

由于实际环境中,组合导航系统噪声往往是非线性<sup>[21]</sup>的,且根据式(5)可知,向心加速度量测也呈非 线性。

建立离散时间非线性组合导航系统如下:

$$\boldsymbol{x}_{k} = f(\boldsymbol{x}_{k-1}) + \boldsymbol{T}_{k-1}$$
(16)

$$_{k} = \boldsymbol{h}(x_{k}) + \boldsymbol{v}_{k} \tag{17}$$

其中,  $f(\mathbf{x}_{k-1})$  表示上一时刻状态向量与当前状态向量间的函数关系,  $h(\mathbf{x}_k)$  表示状态向量与量测向量间的函数关系。 $\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k$ 为组合导航系统在 k 时刻的状态向量和观测向量,  $\mathbf{T}_{k-1}, \mathbf{v}_k$ 分别表示过程噪声以及量测噪声。

由于系统采用松组合方式,系统的量测向量为惯导 速度位置信息与卫导速度位置的差值:

$$\boldsymbol{z}_{1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{E} - \boldsymbol{v}_{dE} \\ \boldsymbol{v}_{N} - \boldsymbol{v}_{dN} \\ \boldsymbol{v}_{U} - \boldsymbol{v}_{dU} \\ \boldsymbol{p}_{r} - \boldsymbol{p}_{dr} \\ \boldsymbol{p}_{l} - \boldsymbol{p}_{dl} \\ \boldsymbol{p}_{h} - \boldsymbol{p}_{dh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{v}_{E} \\ \delta \boldsymbol{v}_{N} \\ \delta \boldsymbol{v}_{U} \\ \delta \boldsymbol{p}_{r} \\ \delta \boldsymbol{p}_{l} \\ \delta \boldsymbol{p}_{h} \end{bmatrix}$$
(18)

其中, $v_{E}$ 、 $v_{N}$ 、 $v_{U}$ 、 $p_{r}$ 、 $p_{l}$ 、 $p_{h}$ 分别表示经惯导解算得出的载体东北天方向上的速度信息与纬度、经度及高度的位置信息。 $v_{dE}$ 、 $v_{dN}$ 、 $v_{dU}$ 、 $p_{dr}$ 、 $p_{dl}$ 、 $p_{dh}$ 分别表示卫星接收机解算得到的载体速度位置信息。 $\delta v_{E}$ 、 $\delta v_{N}$ 、 $\delta v_{U}$ 、 $\delta p_{r}$ 、 $\delta p_{l}$ 、 $\delta p_{h}$ 

分别表示载体在3个方向的速度误差以及位置误差。

传统的运动约束只考虑到了垂直于载体前向速度另 外两个方向的速度约束,本文在传统运动约束基础上,提 出向心加速度约束,对载体的前向速度进行约束,因此引 入外部输入 v<sup>b</sup><sub>x</sub>、v<sup>b</sup><sub>x</sub> 以及向心加速度误差作为量测向量,分 别对载体横向、天向以及前向速度进行约束:

$$\mathbf{z}_{2} = \begin{bmatrix} v_{x}^{b} \\ v_{z}^{b} \\ \delta a_{0x} \end{bmatrix}$$
(19)

通常情况下, $v_x^b, v_z^b, \delta a_{0x}$ 为0,但由于器件误差以及 环境扰动因素,外部输入 $v_x^b, v_z^b$ 以及向心加速度误差为一 随机小值。

加入运动约束后,组合导航系统流程如图2所示。



Fig. 2 System implementation flowchart

# 3 实验与分析

## 3.1 跑车实验

为了验证本文提出的基于奇异值分解的容积卡尔曼 滤波算法的有效性以及运动约束对小车强机动情况下滤 波精度的影响,本文设计了实际跑车实验,图 3 为实验系 统实物摆放图。

实验采用 NovAtel 的 SPAN-IGM-S1 全球导航卫星/ 惯性(GNSS/SINS)组合系统作为惯性数据以及卫星数据 的获取来源,该组合导航系统由 Sensonor 的 STIM300 MEMS IMU 和 NovAtel 的 OEM615 接收机组成,可以提 供精准可靠的载体姿态、位置、速度信息。除此之外,采 用 Trimble BD992 板卡的 RTK 接收机实时获取载体的导 航信息作为导航真值用于实验结果的误差分析。

实验时将所采用的设备固定在汽车后备箱中,GNSS 天线固定于车辆顶部,其中系统惯性数据更新频率为



图 3 实验平台 Fig. 3 Experimental platform

100 Hz,卫星数据更新频率为20 Hz,对比采用 Trimble 公司的 RTK 输出数据作为真实值。SPAN 参数如表 1 所示。

表1 参数说明

Table 1	Parameter specification
参数名	参数值
陀螺偏置	0. 3°/h
角度随机游走	0. $15^{\circ}/\sqrt{h}$
加速度计偏置	0.04 mg
速度随机游走	0.07 $(m \cdot s^{-1}) / \sqrt{h}$
速度不确定度	0.5 m/s
位置不确定度	2 m

使用本文所提出的运动约束辅助的基于奇异值分解 的容积卡尔曼滤波(MCSVD-CKF)算法对采集到的数据 进行处理,得到最终组合结果如图 4 所示。

由于跑车实验在校区内完成,道路两边建筑、大树遮 挡较多,在1500个采样点左右的时候,车辆拐弯的同时 受到建筑物遮挡,导致载体定位误差暂时增大。计算组 合导航系统的速度、位置均方根误差如表2所示。

表 2 组合导航位置速度均方根误差(RMSE)

Table 2 Root mean square error (RMSE)

of position and velocity

位置误差/m		速度误差/(m·s <sup>-1</sup> )		
经度	纬度	东向	北向	
1.3973	1.030 0	0.450 0	0.4513	



Fig. 4 Results of integrated navigation

### 3.2 对比实验

为了验证 MCSVD-CKF 算法的有效性,本文还设置 了 3 组对比实验,分别运用附加运动约束的扩展的卡尔 曼滤波(MCEKF)、标准容积卡尔曼滤波(MCCKF)以及 未附加约束的基于奇异值分解的容积卡尔曼滤波(SVD-CKF)对实验数据进行处理,同时采用 RTK 接收机采集 到的载体速度、位置信息作为对比实验的真值,着重分析 弯道 1(12~20 s)、弯道 2(30~47 s)、弯道 3(67~75 s)的 速度位置误差,得到最后的对比结果如图 5、6 所示。

#### 3.3 误差分析

从图 5 中可以看出, MCSVD-CKF 相较于 MCCKF 和 MCEKF, 在同等运动约束下, 性能更好, 而对于未加约束



的 SVD-CKF,加入运动约束后可以使得算法在拐弯处拥 有更好的效果。

对4种算法的组合结果进行误差分析,并单独分析3 处弯道处载体在不同算法下的位置误差和速度误差,可 得结果如图6所示。

从图 6 结果可得, MCSVD-CKF 算法位置误差在 4 m 内, 纬度误差极大值为 3.918 6 m, 经度位置误差极大值 为 1.809 8 m。而速度误差则在 1.5 m/s 内, 东向速度误 差极值为 1.310 3 m/s, 北向速度误差极值为 1.269 6 m/s。表 3 给出了运用不同算法后载体速度位 置均方根误差对比结果。

表 3 位置速度均方根误差(RMSE)对比 Table 3 Root mean square error (RMSE) of position and velocity

误差项	位置误差/m		速度误差/(m·s <sup>-1</sup> )	
	经度	纬度	东向	北向
MCSVD-CKF	1.030 0	1.3973	0.4594	0.4608
MCEKF	1.0727	1.421 3	0.6017	0.6079
MCCKF	1.044 1	1.422 1	0.5815	0.6091
SVD-CKF	1.068 8	1.431 1	0.604 1	0.606 0

计算不同算法下载体速度、位置均方根误差可得, MCSVD-CKF 位置精度与速度精度相较 MCCKF、MCEKF 以及 SVD-CKF 均有提升,其中经度误差约为 1.030 0 m, 纬度误差约为 1.397 3 m,东向速度误差为 0.459 4 m/s, 北向速度误差约为 0.460 8 m/s。

以弯道1、2和3为例,对弯道处单独进行分析,计算 不同算法下载体在3处弯道处的速度、位置均方根误差, 得到结果如表4所示。







表 4	弯道处位置速度均方根误差(RMSE)对比	
Table 4	Comparison of position and velocity root	t

mean square error (RMSE) at curves

	算法	MCSVD-CKF	MCEKF	MCCKF	SVD-CKF
弯道1	北向(m·s <sup>-1</sup> )	0.134 0	0.298 4	0.302 0	0.624 2
	东向(m·s <sup>-1</sup> )	0.303 6	1.1514	1.1186	0.8037
	经度/m	0.5386	0.6301	0.628 0	0.5609
	纬度/m	0. 529 9	1.143 2	1.136 8	1.364 1
弯道 2	北向(m·s <sup>-1</sup> )	0.5461	0.7964	0.763 6	0.5671
	东向(m·s <sup>-1</sup> )	0.4814	0.7163	0.6871	0.473 6
	经度/m	1.523 2	1.756 9	1.8258	1.5800
	纬度/m	1.836 1	1.9996	2.029 1	2.0217
弯道 3	北向(m·s <sup>-1</sup> )	0.464 9	0.5897	0.5894	0.6707
	东向(m·s <sup>-1</sup> )	0.447 2	0.5817	0.5906	0.622 3
	经度/m	0.9819	1.054 0	1.042 3	1.2237
	纬度/m	1.322 6	1.6379	1.5728	1.9492

从表 4 中可明显看出, MCSVD-CKF 算法相较于 MCEKF、MCCKF 性能更好, 且附加运动约束后的 SVD-CKF 算法比传统的 SVD-CKF 在弯道处的速度、位置精度 提升尤为明显。在弯道 1 处, 当经度变化不大, 纬度变化 较大时, 该算法能有效减小小车的纬度误差, 而在弯道 2,3 处, 经度纬度均发生变化, 该算法对小车在经度和纬 度上的精度均有有效提升。经分析, 本文提出的 MCSVD-CKF 的组合导航方法相较于经典 SVD-CKF 算法 在 3 个弯道处, 经度误差平均减小了 10.54%, 纬度误差 平均减小了 44.64%, 东向速度误差平均减小了 50.87%, 北向速度误差平均减小了 62.61%。

## 4 结 论

针对车载环境下 GNSS/SINS 组合导航系统非线性 以及滤波迭代中协方差不再非负定的问题,提出了基于 奇异值分解的容积卡尔曼滤波,同时为了解决车辆在弯 道处容易发生侧滑导致定位精度下降的问题,提出了运 动约束的方法,在传统运动约束的技术上增加了向心加 速度约束,该算法在保证了标准 CKF 的原有精度基础 上,进一步提高了组合导航系统的鲁棒性和稳定性。最 后进行了车载实验,结果表明,加入了运动约束的 SVD-CKF 有效的约束了载体 3 个方向的速度,提升了载体拐 弯时的滤波性能,能有效减小由于载体侧滑带来的定位 误差,经过与经典 SVD-CKF 进行对比,附加运动约束的 SVD-CKF 在 3 个弯道处,经度误差平均减小了 10.54%, 纬度误差平均减小了 44.64%,东向速度误差平均减小了 50.87%,北向速度误差平均减小了 62.61%。

## 参考文献

[1] SONG R, CHEN X, FANG Y, et al. Integrated navigation of GPS/INS based on fusion of recursive

maximum likelihood IMM and square-root cubature Kalman filter [ J ]. ISA Transactions, 2020, 105: 387-395.

- [2] NOURMOHAMMADI H, KEIGHOBADI J. Decentralized INS/GNSS system with MEMS-grade inertial sensors using QR-factorized CKF [J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(11): 3278-3287.
- [3] 朱江森,高秀娜,黄艳,等. GNSS 接收机抗干扰性能
   关键指标测试方法的研究与实现[J].电子测量与仪
   器学报,2020,34(3):135-141.

ZHU J M, GAO X N, HUANG Y, et al. Research and implementation of testing method for key anti-interference performance of GNSS receiver [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34 (3): 135-141.

- ZHAO W, LI H, ZOU L, et al. Nonlinear unknown input observer based on singular value decomposition aided reduced dimension cubature kalman filter [J].
   MAthematical Problems in Engineering, 2017, 2017: 1-13.
- [5] 沈凯,刘庭欣,左思琪,等.复杂城市环境下 GNSS/ INS 组合导航可观测度分析及鲁棒滤波方法[J].仪 器仪表学报,2020,41(9):252-261.
   SHEN K, LIU T X, ZUO S Q, et al. Observability

analysis and robust fusion algorithms of GNSS / INS integrated navigation in complex urban environment [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(9): 252-261.

 [6] 卢艳军,陈雨荻,张晓东,等. 基于扩展 Kalman 滤波 的姿态信息融合方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(9): 281-288.

> LU Y J, CHEN Y D, ZHANG X D, et al. Attitude information fusion method based on extended Kalman filter [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(9): 281-288.

- ZHANG M, DAI H, HU B, et al. Robust adaptive UKF based on SVR for inertial based integrated navigation [J]. Defence Technology, 2020, 16(4): 846-855.
- [8] MADI M K, KARAMEH F N. Hybrid cubature Kalman filtering for identifying nonlinear models from sampled recording: Estimation of neuronal dynamics [J]. PLoS One, 2017, 12(7): e181513.
- [9] 柴艳菊,阳仁贵,王海涛,等.附加运动约束提高 GPS/INS 导航参数估计精度[J].中国惯性技术学 报,2011,19(1):28-32.
   CHAIYJ,YANGRG,WANGHT, et al. Improving

the navigation accuracy of GPS/INS by adding motion

information constraints [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(1): 28-32.

- [10] CHINAG K, LI Y, HSU L, et al. The design a TDCPsmoothed GNSS/odometer integration scheme with vehicular-motion constraint and robust regression [J]. Remote Sensing, 2020,12(16):2550.
- [11] 翁浚,成研,秦永元,等. 车辆运动约束在 SINS/OD 系统故障检测中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2013,21(3):406-410.
  WENG J, CHENG Y, QIN Y Y, et al. Application of vehicle constraints in SINS/OD system's fault detection[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013, 21(3):406-410.
- [12] XIAO M, ZHANG Y, FU H, et al. Nonlinear unbiased minimum-variance filter for Mars entry autonomous navigation under large uncertainties and unknown measurement bias [J]. ISA Transactions, 2018, 76: 97-109.
- [13] YANG Y, LIU X, ZHANG W, et al. A nonlinear double model for multisensor-integrated navigation using the federated EKF algorithm for small UAVs [J]. Sensors, 2020, 20(10): 2974.
- [14] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [15] SCARDUA L A, DA CRUZ J J. Particle-based tuning of the unscented Kalman filter [J]. Journal of Control, Automation and Electrical Systems, 2016, 27 (1): 10-18.
- [16] 杨傲雷,金宏宙,陈灵,等.融合深度学习与粒子滤 波的移动机器人重定位方法[J].仪器仪表学报, 2021,42(7):226-233.
  YANG AO L, JIN H Y, CHEN L, et al. Mobile robot relocalization method fusing deep learning and particle filtering [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021,42(7):226-233.
- [17] GAO W, ZHANG Y, WANG J. A strapdown inertial navigation system/Beidou/Doppler velocity log integrated navigation algorithm based on a cubature Kalman filter[J]. Sensors (Basel), 2014, 14(1): 1511-1527.
- [18] 李兆铭,杨文革,丁丹,等. 基于 SVD 的多终端实时 定轨自适应鲁棒 CKF 算法[J]. 仪器仪表学报, 2016,37(3):490-496.
  LI ZH M, ZHANG W G, DING D, et al. Adaptive robust CKF algorithm for real time orbit determination of multiple hand-held terminals based on SVD[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(3):490-496.
- [19] 周广涛, 邵剑波, 韩少卫. SVD 可观测度分析方法的

改进及组合导航中的应用[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2020, 52(4): 52-57.

ZHOU G T, SHAO J B, HAN SH W, et al. Improvement of observable degree analysis method based on SVD and application in integrated navigation [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2020, 52(4): 52-57.

- [20] CUI B, CHEN X, TANG X, et al. Robust cubature Kalman filter for GNSS/INS with missing observations and colored measurement noise [J]. ISA Transactions, 2018, 72: 138-146.
- [21] 于永军,张翔,王新志,等.运动加速度在线估计的 非线性惯性航姿算法研究[J].仪器仪表学报,2020, 41(6):19-26.

YU Y J, ZHANG X, WANG ZH X, et al. Non-linear attitude heading reference algorithm based on motion acceleration online estimation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(6): 19-26.

## 作者简介



章司怡,2015年于东南大学获得学士 学位,现为东南大学研究生,研究方向为组 合导航。

E-mail:220193314@ seu. edu. cn

Zhang Siyi received her B. Sc. degree from Southeast University (SEU) in 2015.

Now she is a M. Sc. candidate in SEU. Her main research interest includes integrated navigation.



陈熙源(通信作者),1998年于东南大 学获得博士学位,现为东南大学教授,博士 生导师,主要研究方向为惯性技术、软件接 收机及组合导航。

E-mail:chxiyuan@ seu. edu. cn

**Chen Xiyuan** (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Southeast University (SEU) in 1998. Now he is a professor in SEU. His main research interests include inertial technology, software receiver and integrated navigation.