

DOI: 10.13382/j.jemi.B2104175

# 一种 Petri 网禁止状态控制器综合方法\*

郝真鸣<sup>1,2</sup> 雷帅帅<sup>1</sup> 刘军堂<sup>1</sup> 郝晋渊<sup>3,4</sup>

(1. 河北大学电子信息工程学院 保定 071002; 2. 河北大学物联网智能技术研究中心 保定 071002;  
3. 河北大学-中央兰开夏传媒与创意学院 保定 071002; 4. 河北大学节能技术研发中心 保定 071002)

**摘要:**针对含有不可控变迁 Petri 网的禁止状态问题,提出了一种基于整数线性规划的控制综合方法,该方法适用于任意普通 Petri 网模型。首先,根据 Petri 网的结构特性构建所有不可控变迁应满足的约束条件集合,其次通过求解整数线性规划问题将给定的线性约束转换为允许线性约束;最后,利用库所不变量方法设计控制器将转换后的约束综合到 Petri 网中。以某零件加工系统为例进行实验,实验结果表明,提出的方法简单高效,对实际自动制造系统的禁止状态监控问题具有一定借鉴意义。

**关键词:** Petri 网; 禁止状态; 约束转换; 自动制造系统

**中图分类号:** TP11; TN0 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510. 80

## Supervisor synthesis for a class of Petri nets

Hao Zhenming<sup>1,2</sup> Lei Shuaishuai<sup>1</sup> Liu Juntang<sup>1</sup> Hao Jinyuan<sup>3,4</sup>

(1. College of Electronic Information Engineering, Hebei University, Baoding 071002, China; 2. Laboratory of IoT Technology, Hebei University, Baoding 071002, China; 3. HBU-UCLan School of Media Communication and Creative Industries, Hebei University, Baoding 071002, China; 4. Laboratory of Energy-Saving Technology, Hebei University, Baoding 071002, China)

**Abstract:** Aiming at the forbidden state problem of Petri nets with uncontrollable transitions, a controller synthesis method based on integer linear programming is proposed, which is suitable for any ordinary Petri nets model. Firstly, according to the structural characteristics of Petri nets, a set of constraint conditions that all uncontrollable transitions should satisfy is constructed. Secondly, the given linear constraints are converted into admissible linear constraints by solving the integer linear programming problem. Finally, the invariant method of the library is used to design the controller and integrate the converted constraints into the Petri net. The experimental results show that the proposed method is simple and efficient, and can be used as a reference for the forbidden state monitoring in the actual automatic manufacturing system.

**Keywords:** Petri net; forbidden state; constraint conversion; automatic manufacturing system

## 0 引言

离散事件系统(discrete event system, DES)是由不规则时间间隔出现的事件序列驱动的一种动态系统。大部分人造系统从逻辑层面都可以抽象为 DES 进行研究,如柔性制造系统、轨道交通系统、通信系统等。在实际运行中,DES 的某些状态(通常称为禁止状态)可能降低运行效率甚至导致故障,因此要避免 DES 产生禁止状态。DES 禁止状态控制器综合是指设计一个控制器以防止系统到达禁止状态集合。该问题一直是 DES 领域研究的

热点<sup>[1-23]</sup>。

Petri 网既有严格的数学表达式,又有直观的图形化表示方法,是对 DES 进行建模分析的强有力工具,广泛应用于禁止状态控制器综合问题。在 Petri 网模型中,合法状态通常由线性不等式来描述,即所有可达标识应满足给定的线性不等式。Giua 等<sup>[7]</sup>提出了广义互斥约束的控制规范,也被称为线性不等式约束。Yamalidou 等<sup>[9]</sup>提出了一种基于库所不变量(place invariants)的方法来进行控制器综合,在线性不等式的左侧引入一个非负的松弛变量将不等式约束转换为等式约束,再通过矩阵运算得到控制器的关联矩阵和初始标识。该方法避免了计

收稿日期: 2021-04-15 Received Date: 2021-04-15

\* 基金项目: 国家自然科学基金(61903119)、河北省自然科学基金(F2019201088, A2020201021)、河北省引进留学人员资助项目(C20190319)、河北省高等学校科学技术研究项目(BJ2021008)资助

算可达标识集,设计的控制器结构简单并且是最优的(optimal)。控制器最优是指该控制器在禁止所有不合法状态的同时,阻止的系统合法状态最少<sup>[8]</sup>。

当系统中存在不可控变迁时,禁止状态控制器综合问题变得复杂,这是因为合法标识可能经过不可控变迁序列到达禁止状态。因此需要将给定的线性约束转化为允许线性约束后再将其综合到 Petri 网中。Moody 等<sup>[10-11]</sup>将文献[9]提出的方法推广到含不可控变迁 Petri 网的禁止状态问题中,提出了允许线性约束的概念,并给出将给定的非允许线性约束转换为允许线性约束的算法,最后利用库所不变量的方法设计基于控制库所的控制器。尽管该方法具有较高的计算效率,然而却不能保证设计的控制器是最优的。Basile 等<sup>[12]</sup>对文献[10-11]提出的方法进行了改进,在关联矩阵中引入两个参数,得到更大的允许标识子集。虽然该方法设计的控制器具有更高的允许性,但是仍然不能保证对任意 Petri 网都是最优的。

Chen 等<sup>[13]</sup>提出不可控影响子网的概念,并且证明了约束转换只需考虑不可控影响子网,有效提高了计算效率。Luo 等<sup>[14-16]</sup>分别针对不可控影响子网是前向同步前向无冲突网(FSFCF)、前向同步后向无冲突网(FSBCF)、前向无并发网(FCF)提出基于关键路径的约束转换方法,并证明了设计的控制器是最优的。然而,由于计算关键路径的复杂度是指数级的,限制了该方法的应用范围。为了解决上述问题,Wang 等<sup>[17-18]</sup>通过分析 FSFCF 网和 FSBCF 网的结构特性提出一种自下而上的约束转换算法,并且证明了控制器是最优的。

经过上述分析可知,目前大部分约束转换方法只对某种特殊结构的 Petri 网有效,因此应用范围有限。针对上述问题,本文提出一种新的约束转换方法,首先根据 Petri 网的结构特性构建所有不可控变迁应满足的约束条件集合,再将转换后所有库所的权值之和的最小值作为目标函数,得到整数线性规划问题。通过 LINGO 软件求解整数规划问题得到转换后的允许线性约束,最后利用库所不变量将其综合到 Petri 网中。本文提出的约束转换方法适用于所有普通 Petri 网模型,因此是一种更具一般性的方法。

## 1 Petri 网基础和线性约束

### 1.1 Petri 网基础

普通 Petri 网是一个三元组  $N = (P, T, F)$ ,  $P$  和  $T$  分别是库所(place)集合和变迁(transition)集合,  $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$  是流关系,连接库所和变迁。令  $x \in P \cup T$  是 Petri 网  $N$  的节点,记  $x$  前置集合(preset)为:

$${}^{\bullet}x = \{y \in P \cup T \mid (y, x) \in F\} \quad (1)$$

$x$  的后置集合(postset)为:

$$x^{\bullet} = \{y \in P \cup T \mid (x, y) \in F\} \quad (2)$$

Petri 网的标识(marking)是一个向量  $m: P \rightarrow \mathbf{N}$ , 其中  $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ ,  $m(p)$  表示库所  $p$  中托肯(token)的数量。记初始标识(initial marking)为  $m_0$  的 Petri 网为  $(N, m_0)$ 。Petri 网  $N$  的关联矩阵(incidence matrix)  $[N]$  是一个  $|P| \times |T|$  的整数矩阵,如果  $\forall p \in t^{\bullet} \setminus {}^{\bullet}t$ , 则  $[N](p, t) = 1$ ; 如果  $\forall p \in {}^{\bullet}t \setminus t^{\bullet}$ , 则  $[N](p, t) = -1$ ; 否则  $[N](p, t) = 0$ 。

对于变迁  $t \in T$ , 如果  $\forall p \in {}^{\bullet}t: m(p) \geq 1$ , 则称变迁  $t$  在标识  $m$  下是使能(enabled)的, 记为  $m[t]$ 。当使能的变迁  $t$  发生后, 系统跃迁到另一个状态, 产生新的标识  $m'$ , 使得:

$$\forall p \in P, m'(p) = m(p) + [N](p, t) \quad (3)$$

记为  $m[t]m'$ 。称标识  $m'$  是从  $m_1$  可达的当且仅当存在一个变迁发生序列  $\sigma = t_1 t_2 \dots t_n$  和标识  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , 使得  $m_1[t_1]m_2[t_2] \dots m_n[t_n]m'$ 。从  $m_0$  可达的所有标识集合记为  $R(N, m_0)$ 。

若  $\forall t \in T, {}^{\bullet}t = \emptyset$ , 称  $t$  为源(source)变迁。如果一个变迁的发生不能由控制器禁止, 则称该变迁为不可控(uncontrollable)变迁; 否则称为可控(controllable)变迁。不可控变迁集合记为  $T_u$ , 可控变迁集合记为  $T_c$ , 即  $T = T_u \cup T_c$ 。

### 1.2 线性约束

系统的一些运行状态可能会降低系统的安全性(如故障状态), 因此需要设计控制器保障系统始终运行在合法状态(标识)集合内。通常合法标识集用线性约束描述, 其定义如下。

定义1 线性约束是一个二元组  $(w, k)$ ,  $w: P \rightarrow \mathbf{N}$  是  $1 \times n$  的正整数向量, 表示库所的权值, 其中  $n = |P|$  是库所的数量;  $k$  是一个正整数。 $(w, k)$  定义了一个合法标识(legal markings)集合  $L(w, k) = \{m \mid w \cdot m \leq k\}$ , 禁止标识(forbidden marking)集合记为  $\bar{L}(w, k) = \{m \mid w \cdot m > k\}$ 。称  $P_f = \{p \in P \mid w(p) \neq 0\}$  为禁止库所(forbidden place)集合。

定义2 给定一个 Petri 网  $N$  和一个线性约束  $(w, k)$ , 变迁  $t$  的权值定义为:

$$\lambda(t) = \sum_{p \in t^{\bullet}} w(p) - \sum_{p \in {}^{\bullet}t} w(p) \quad (4)$$

根据定义2可知,  $\lambda(t)$  是变迁  $t$  发生后对线性约束  $(w, k)$  的影响, 即  $\lambda(t) = w \cdot m' - w \cdot m$ , 其中  $m[t]m'$ 。

例1, 如图1所示, 给定 Petri 网  $(N, m_0)$  和线性约束  $(w, k)$ , 其中  $m_0 = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$ ,  $w = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$ ,  $k = 1$ ,  $T_u = \{t_5, t_6\}$ 。线性约束  $w \cdot m = m(p_7) + m(p_8) \leq 1$ , 可达标识集合  $R(N, m_0)$  见表1, 合法标识集  $L(w, k) = \{m \mid w \cdot m \leq k\} = \{m_0, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_7, m_8\}$ , 禁止标识集  $\bar{L}(w, k) = \{m_6\}$ 。禁止库所

集合  $P_f = \{p_7, p_8\}$ 。变迁的权值  $\lambda(t_5) = w(p_6) + w(p_8) - w(p_7) = 1, \lambda(t_6) = w(p_7) - w(p_6) = 1$ 。

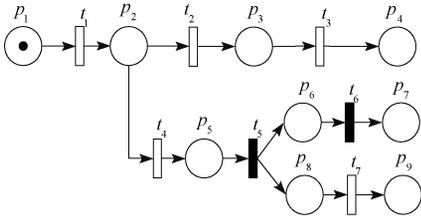


图 1 含不可控变迁的 Petri 网

Fig. 1 Petri net with uncontrollable transitions

表 1 可达标识集  $R(N, m_0)$

Table 1 Reachable marking set  $R(N, m_0)$

状态	标识	状态	标识
$m_0$	$(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$	$m_1$	$(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_2$	$(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$	$m_3$	$(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_4$	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)^T$	$m_5$	$(0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)^T$
$m_6$	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)^T$	$m_7$	$(0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1)^T$
$m_8$	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)^T$		

## 2 禁止状态控制器综合

由于不可控源变迁的发生无法被禁止,如果 Petri 网系统  $(N, m_0)$  中存在不可控源变迁,则不可能设计出允许的控制,因此在接下来的讨论中令  $(N, m_0)$  不含不可控源变迁。

### 2.1 基于整数线性规划的约束转换算法

由不可控变迁定义可知,其发生无法被控制器禁止,因此合法标识可能通过一系列不可控变迁的发生到达禁止标识。例如,在例 1 中令  $T_u = \{t_5, t_6\}$ ,虽然标识  $(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)^T$  是合法标识,但是经过不可控变迁序列  $\sigma = t_5 t_6$  发生后到达禁止标识  $(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)^T$ 。因此,如果 Petri 网中存在不可控变迁,控制器需要将系统运行时产生的状态限制在合法标识集的一个子集内,通常称为允许标识集,其定义如下。

定义 3 给定一个 Petri 网和线性约束  $(w, k)$ ,令  $T_u^*$  是不可控变迁序列集合,称一个标识  $m$  是允许标识如果满足条件  $\exists \sigma \in T_u^*,$  使得  $m[\sigma]m',$  其中  $m' \in \bar{L}(w, k)$ 。允许标识集 (admissible marking set) 表示为  $A(w, k) = \{m \in L(N, m_0) \mid \exists \sigma \in T_u^* : m[\sigma]m' \in \bar{L}(w, k)\}$ 。

如果给定的 Petri 网  $(N, m_0), m_0 \notin A(w, k)$ , 则不可能设计禁止状态控制器,因此在接下来的讨论中令  $m_0$  是允许标识。如果给定的线性约束  $(w, k)$  不是允许的,则需要将其转换为允许线性约束,转换后的线性约束记为  $(w^*, k)$ 。

命题 1 线性约束  $(w, k)$  是允许的当且仅当  $\forall t \in T_u, \lambda(t) \leq 0$ 。

证明:(充分性)根据变迁权值定义可知,  $\lambda(t) = w \cdot m' - w \cdot m,$  其中  $m[t]m'$ 。  $\lambda(t) \leq 0$  意味着不可控变迁  $t$  的发生不会增加  $w \cdot m$  值。根据定义 3 可知线性约束  $(w, k)$  是允许的。

(必要性)反证法。假设  $\exists t \in T_u, \lambda(t) > 0,$  由于不可控变迁的发生无法被禁止,因此变迁  $t$  的发生可能使系统不可控地到达禁止标识,此时线性约束  $(w, k)$  不是允许的。这与  $(w, k)$  是允许标识集是矛盾的,证毕。

命题 2 给定一个 Petri 网和非允许线性约束  $(w, k)$ , 如果线性约束  $(w^*, k)$  是允许的,则:

$$\forall p \in P, w^*(p) \geq w(p) \tag{5}$$

证明:(反证法)假设  $\exists p \in P, w^*(p) < w(p)$ , 则可能存在一个可达标识  $m,$  使得  $w \cdot m > k$  且  $w^* \cdot m \leq k$ 。显然  $(w^*, k)$  不是允许线性约束,与  $(w^*, k)$  是允许线性约束矛盾,证毕。

命题 3 给定两个允许线性约束  $(w_1, k)$  和  $(w_2, k)$ 。如果  $\forall p \in P, w_1(p) \geq w_2(p)$ , 则:

$$A(w_1, k) \subseteq A(w_2, k) \tag{6}$$

证明:给定一个标识  $m \in A(w_1, k)$ , 则  $w_2 \cdot m \leq w_1 \cdot m \leq k$  成立。因此  $m \in A(w_1, k) \Rightarrow m \in A(w_2, k)$ , 即  $A(w_1, k) \subseteq A(w_2, k)$ , 证毕。

根据命题 1 和命题 2, 为保证  $(w^*, k)$  是允许线性约束,需要满足如下两组约束条件:

$$\forall t \in T_u, \lambda(t) \leq 0 \tag{7}$$

$$\forall p \in P, w^*(p) \geq w(p) \tag{8}$$

通常满足上述条件的允许线性约束不是唯一的,为了尽可能提高系统行为的许可性(即保证允许线性约束定义的标识数尽可能多),根据命题 3,目标函数取为:

$$\min \sum_{i=1}^{|P|} w^*(p_i) \tag{9}$$

综上,约束转换如算法 1。

#### 算法 1 约束转换

输入:Petri 网  $(N, m_0)$  和线性约束  $(w, k)$

输出:允许线性约束  $(w^*, k)$

步骤 1: 如果  $\forall t \in T_u, \lambda(t) \leq 0$ , 则  $w^* = w$ , 输出  $(w^*, k)$  并转到步骤 5; 否则, 执行步骤 2。

步骤 2: 将约束转换问题抽象为整数线性规划问题:

步骤 2.1: 根据命题 3 得到目标函数:

$$\min \sum_{i=1}^{|P|} w^*(p_i)$$

步骤 2.2: 根据命题 1 和命题 2 得到约束条件:

$$s. t. \begin{cases} \forall p \in P, w^*(p) \geq w(p) \\ \forall t \in T_u, \lambda(t) = \sum_{p \in t} w^*(p) - \sum_{p \in \bullet t} w^*(p) \leq 0 \end{cases}$$

步骤 3: 计算上述整数线性规划问题, 得到  $w^*$ 。

步骤 4: 输出允许线性约束  $(w^*, k)$ 。

步骤 5: 结束。

命题 4 给定 Petri 网  $(N, \mathbf{m}_0)$  和线性约束  $(\mathbf{w}, k)$ , 算法 1 得到的约束  $(\mathbf{w}^*, k)$  是允许线性约束。

证明:由命题 1~3 可直接推出,证毕。

例 2,令图 1 中  $T_c = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_7\}, T_u = \{t_5, t_6\}$ 。由于  $\lambda(t_5) = 1, \lambda(t_6) = 1$ , 根据命题 1 可知, 给定的线性约束  $(\mathbf{w}, k)$  不是允许的, 需要进行约束转换。根据算法 1 得到目标函数式(10)和约束条件式(11)。

$$\min \sum_{i=1}^9 w^*(p_i) \tag{10}$$

$$s. t. \begin{cases} w^*(p_1) \geq 0 \\ w^*(p_2) \geq 0 \\ w^*(p_3) \geq 0 \\ w^*(p_4) \geq 0 \\ w^*(p_5) \geq 0 \\ w^*(p_6) \geq 0 \\ w^*(p_7) \geq 1 \\ w^*(p_8) \geq 1 \\ w^*(p_9) \geq 0 \\ \lambda(t_5) = w^*(p_6) + w^*(p_8) - w^*(p_5) \leq 0 \\ \lambda(t_6) = w^*(p_7) - w^*(p_6) \leq 0 \end{cases} \tag{11}$$

求解上述整数线性规划问题得到允许线性约束  $(\mathbf{w}^*, k)$ , 其中  $\mathbf{w}^* = (0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 0), k = 1$ 。

算法 1 得到的允许线性约束可能不是最优的。如图 2 所示的 Petri 网模型, 不可控变迁为  $t_2$ 。给定线性约束  $(\mathbf{w}, k)$ , 其中  $\mathbf{w} = (0, 0, 0, 2, 0), k = 1$ 。

根据算法 1 得到以下整数线性规划问题:

$$\min \sum_{i=1}^5 w^*(p_i) \tag{12}$$

$$s. t. \begin{cases} w^*(p_1) \geq 0 \\ w^*(p_2) \geq 0 \\ w^*(p_3) \geq 0 \\ w^*(p_4) \geq 2 \\ w^*(p_5) \geq 0 \\ \lambda(t_2) = w^*(p_4) - w^*(p_1) - w^*(p_2) \leq 0 \end{cases} \tag{13}$$

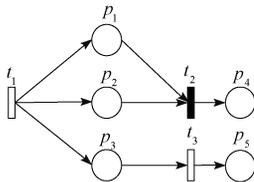


图 2 Petri 网模型  
Fig. 2 A Petri net model

上述问题存在 3 个不同的可行解:  $\mathbf{w}_1^* = (0, 2, 0, 2, 0), \mathbf{w}_2^* = (1, 1, 0, 2, 0)$  和  $\mathbf{w}_3^* = (2, 0, 0, 2, 0)$ 。由于最优解是唯一的, 而本例解不唯一, 因此根据本方法设计的控制器不是最优的。

### 2.2 结构控制器设计算法

控制器类型分为逻辑型控制器和结构型控制器。逻辑型控制器的控制策略是由当前系统所处状态确定的, 因此需要可达性分析。然而 Petri 网可达状态空间存在“状态爆炸”问题(即系统可达状态数根据网规模呈指数级增长)使逻辑型控制器的计算复杂度较高。结构型控制器是基于控制库所设计的控制器, 能够避免可达性分析。与逻辑型控制器相比, 结构型控制器具有如下优点:

- 1) 计算效率高;
- 2) 执行方式和 Petri 网完全相同;
- 3) 能够通过标准的综合技术计算闭环系统模型。

给定一个含有不可控变迁的 Petri 网  $(N, \mathbf{m}_0)$  和线性约束  $(\mathbf{w}, k)$ , 控制库所  $p_c$  根据算法 2 设计。

---

#### 算法 2: 控制器综合

---

输入: Petri 网  $(N, \mathbf{m}_0)$  和线性约束  $(\mathbf{w}, k)$ 。

输出: 闭环 Petri 网  $(N^*, \mathbf{m}_0^*)$ 。

步骤 1: 执行算法 1 得到允许线性约  $(\mathbf{w}^*, k)$ 。

步骤 2: 设计控制库所  $p_c$ :

步骤 2.1:  $\forall t \in T$ , 若  $\lambda^*(t) > 0$ , 则画一条从  $p_c$  指向  $t$  的弧, 并赋值  $|\lambda^*(t)|$ ;

步骤 2.2:  $\forall t \in T$ , 若  $\lambda^*(t) < 0$ , 则画一条从  $t$  指向  $p_c$  的弧, 并赋值  $|\lambda^*(t)|$ ;

步骤 2.3:  $\forall p \in P, \mathbf{m}_0^*(p) = \mathbf{m}_0(p)$ ;

步骤 2.4:  $\mathbf{m}_0^*(p_c) = k - \mathbf{w}^* \cdot \mathbf{m}_0$ 。

步骤 3: 结束。

---

命题 5 给定一个线性约束  $(\mathbf{w}, k)$ , 如果不存在由  $p_c$  指向不可控变迁的弧, 则线性约束  $(\mathbf{w}, k)$  是允许的。

证明: 不存在由  $p_c$  指向不可控变迁的弧意味着对于所有  $\forall t \in T_u, \lambda(t) \leq 0$ 。根据命题 1 可知线性约束  $(\mathbf{w}, k)$  是允许的, 证毕。

例 3, 根据例 2 可知, 允许线性约束为  $(\mathbf{w}^*, k)$ , 其中  $\mathbf{w}^* = (0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 0), k = 1$ 。根据算法 2 设计控制库所  $p_c$ 。  $\lambda^*(t_4) = 2$ , 画一条从  $p_c$  指向  $t_4$  的弧, 并赋值 2;  $\lambda^*(t_7) = -1$ , 画一条从  $t_7$  指向  $p_c$  的弧, 并赋值 1。  $\mathbf{m}_0^*(p_c) = k - \mathbf{w}^* \cdot \mathbf{m}_0 = 1$ 。闭环 Petri 网  $(N^*, \mathbf{m}_0^*)$  如图 3 所示。

## 3 实例分析

### 3.1 案例分析

如图 4 所示, 某零件加工系统包括供料单元、加工单

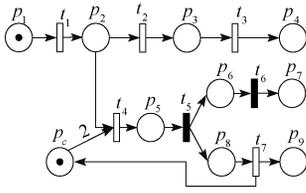


图 3 闭环 Petri 网 ( $N^*, m_0^*$ )

Fig. 3 Closed-loop Petri net ( $N^*, m_0^*$ )

元、零件存储单元,其中零件存储单元包括已完成加工等待转移零件堆放区、完成加工零件堆放区以及因设备故障而未完成加工零件堆放区。其工艺流程为传送带 1 将供料单元的物料送至零件加工单元;零件加工完成后由传送带 2 将零件送至下一工作站,等待转移;然后再由传送带 3 将送至完成加工零件堆放区;若零件加工单元发生故障则由传送带 4 将未完成加工的零件送至未完成加工零件堆放区,再由传送带 5 将其送至供料单元。

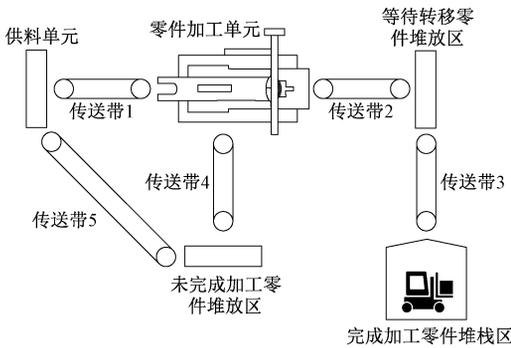


图 4 某零件加工设备示意图

Fig. 4 Schematic diagram of processing equipment for a part

根据零件加工系统的工艺流程构建相应的 Petri 网模型,如图 5 所示。初始标识下  $p_1$  中有两个托肯,表示供料单元中有两个待加工的工件;库所和变迁的物理意义分别如表 2、3 所示。由于设备加工零件所需时间不受控制器控制,所以  $t_2$  是不可控变迁;另外,由于设备可能会出现故障而停止工作,所以  $t_4$  也是不可控变迁。

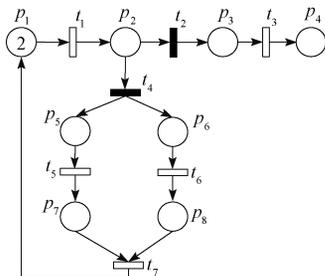


图 5 某零件加工设备 Petri 网模型 ( $N, m_0$ )

Fig. 5 Petri net model ( $N, m_0$ ) of a part processing equipment

表 2 库所物理意义

Table 2 Physical significance of place

库所	物理意义
$p_1$	零件等待加工
$p_2$	机器正在工作
$p_3$	零件等待转移到 $p_4$
$p_4$	已完成加工的零件堆放区
$p_5$	零件等待转移到 $p_7$
$p_6$	正在修理机器
$p_7$	未完成加工的零件堆放区
$p_8$	机器恢复正常

表 3 变迁物理意义

Table 3 Physical significance of transition

变迁	物理意义
$t_1$	机器加工零件
$t_2$	完成加工的零件
$t_3$	将完成加工的零件转移到 $p_4$
$t_4$	机器故障
$t_5$	将未完成加工的零件转移到 $p_7$
$t_6$	完成机器修理
$t_7$	将未完成加工的零件送至 $p_1$

由于等待转移到堆栈区的零件处在设备的同一位置,因此库所  $p_3$  和  $p_5$  中最多有一个托肯,即系统应满足线性约束  $(w_1, k_1)$ ,其中  $w_1 = (0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$ ,  $k_1 = 1$ 。此外,由于设备出现故障时会停止工作,因此库所  $p_2$  和  $p_6$  中最多有一个托肯,即系统应满足线性约束  $(w_2, k_2)$ ,其中  $w_2 = (0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$ ,  $k_2 = 1$ 。

对于线性约束  $(w_1, k_1)$ ,由于  $\lambda(t_2) = 1, \lambda(t_4) = 1$ ,根据命题 1 知线性约束  $(w_1, k_1)$  不是允许的,需要进行约束转换。根据算法 1,得到目标函数式(14)和约束条件式(15)。

$$\min \sum_{i=1}^8 w^*(p_i) \tag{14}$$

$$s. t. \begin{cases} w^*(p_1) \geq 0 \\ w^*(p_2) \geq 0 \\ w^*(p_3) \geq 1 \\ w^*(p_4) \geq 0 \\ w^*(p_5) \geq 1 \\ w^*(p_6) \geq 0 \\ w^*(p_7) \geq 0 \\ w^*(p_8) \geq 0 \\ \lambda(t_2) = w^*(p_3) - w^*(p_2) \leq 0 \\ \lambda(t_4) = w^*(p_5) + w^*(p_6) - w^*(p_2) \leq 0 \end{cases} \tag{15}$$

利用 LINGO 求解上述整数线性规划问题,转换后的线性约束为  $(w_1^*, k_1)$ ,其中  $w_1^* = (0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$ ,  $k_1 = 1$ 。根据算法 2 设计控制库所  $p_{c1}$ 。  $\lambda_1^*(t_1) = 1$ ,从  $p_{c1}$

画一条指向变迁  $t_1$  的弧,并赋值 1。 $\lambda_1^*(t_3) = -1$ ,  $\lambda_1^*(t_5) = -1$ , 分别从变迁  $t_3, t_5$  画两条指向  $p_{e1}$  的弧,并分别赋值 1、1。 $m_0^*(p_{e1}) = k_1 - w_1^* \cdot m_0 = 1$ 。同理,根据算法 1 将线性约束  $(w_2, k_2)$  转换为允许线性约束  $(w_2^*, k_2)$ , 其中  $w_2^* = (0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$ ,  $k_2 = 1$ 。根据算法 2 设计控制库所  $p_{e2}$ , 控制库所结构如图 6 所示。

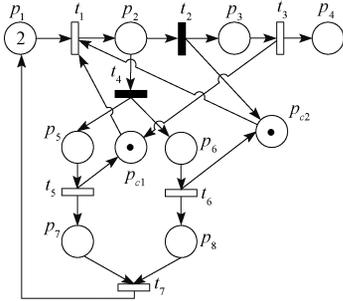


图 6 含控制库所  $p_{e1}$  和  $p_{e2}$  的闭环 Petri 网  $(N^*, m_0^*)$

Fig. 6 Closed-loop Petri nets  $(N^*, m_0^*)$

with control place  $p_{e1}$  and  $p_{e2}$

### 3.2 仿真分析

为了验证所提方法的有效性,将图 5 所示模型的所有可达标识列出,如表 4 所示。用 MATLAB 分别对表 4 的数据进行仿真,结果如图 7 所示。图中平直线表示  $k$  的值,平直线以下点表示  $w \cdot m \leq k$ , 即  $m$  为允许标识;平直线以上的点表示加权和  $w \cdot m > k$ , 即  $m$  为禁止标识。根据图 7 可知,图 5 所示模型的禁止标识  $\bar{L}(w, k) = \{m_2, m_6, m_{10}, m_{12}, m_{13}, m_{14}, m_{20}, m_{21}, m_{22}, m_{28}, m_{30}\}$ 。

表 4 图 5 所示模型的可达状态

Table 4 The reachable state of the model shown in Fig. 5

状态	标识	状态	标识
$m_0$	$(2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$	$m_1$	$(1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_2$	$(0, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$	$m_3$	$(1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_4$	$(1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0)^T$	$m_5$	$(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_6$	$(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)^T$	$m_7$	$(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_8$	$(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)^T$	$m_9$	$(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1)^T$
$m_{10}$	$(0, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0)^T$	$m_{11}$	$(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_{12}$	$(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)^T$	$m_{13}$	$(0, 0, 0, 0, 2, 2, 0, 0)^T$
$m_{14}$	$(0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0)^T$	$m_{15}$	$(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1)^T$
$m_{16}$	$(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)^T$	$m_{17}$	$(0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_{18}$	$(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0)^T$	$m_{19}$	$(0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)^T$
$m_{20}$	$(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)^T$	$m_{21}$	$(0, 0, 0, 0, 1, 2, 1, 0)^T$
$m_{22}$	$(0, 0, 0, 0, 2, 1, 0, 1)^T$	$m_{23}$	$(0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)^T$
$m_{24}$	$(0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 0)^T$	$m_{25}$	$(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)^T$
$m_{26}$	$(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)^T$	$m_{27}$	$(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)^T$
$m_{28}$	$(0, 0, 0, 0, 0, 2, 2, 0)^T$	$m_{29}$	$(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)^T$
$m_{30}$	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 2)^T$	$m_{31}$	$(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)^T$
$m_{32}$	$(0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 1)^T$	$m_{33}$	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 2)^T$
$m_{34}$	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 2)^T$		

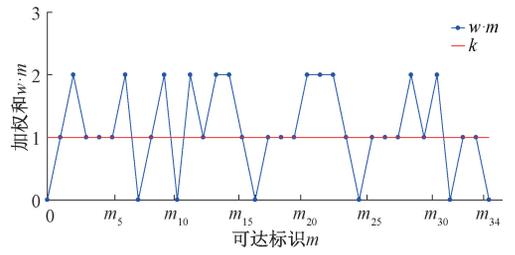


图 7 图 5 所示模型可达标识仿真结果

Fig. 7 Fig. 5 shows the model reachability identification simulation results

表 5 是加入控制库所  $p_{e1}, p_{e2}$  之后,系统的可达标识,用 MATLAB 分别对表 5 的数据进行仿真,结果如图 8 所示。由仿真结果可知,在控制库所  $p_{e1}, p_{e2}$  的作用下,系统所有可达标识均满足  $w^* \cdot m^* \leq 1$ , 闭环 Petri 网  $(N^*, m_0^*)$  不会产生禁止状态。

表 5 闭环 Petri 网  $(N^*, m_0^*)$  的可达状态

Table 5 Reachability state of closed-loop Petri net  $(N^*, m_0^*)$

状态	标识	状态	标识
$m_0^*$	$(2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$	$m_1^*$	$(1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_2^*$	$(1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)^T$	$m_3^*$	$(1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0)^T$
$m_4^*$	$(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)^T$	$m_5^*$	$(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)^T$
$m_6^*$	$(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1)^T$	$m_7^*$	$(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_8^*$	$(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)^T$	$m_9^*$	$(0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0)^T$
$m_{10}^*$	$(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0)^T$	$m_{11}^*$	$(0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)^T$
$m_{12}^*$	$(0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 1)^T$	$m_{13}^*$	$(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)^T$
$m_{14}^*$	$(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)^T$	$m_{15}^*$	$(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)^T$
$m_{16}^*$	$(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0)^T$	$m_{17}^*$	$(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)^T$
$m_{18}^*$	$(0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 1)^T$	$m_{19}^*$	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 2)^T$
$m_{20}^*$	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 2)^T$		

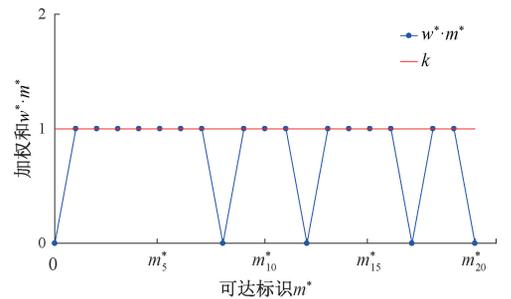


图 8 图 6 所示模型可达标识仿真结果

Fig. 8 Fig. 6 simulation result of model accessibility identification

本实验首先利用 Petri 网对某零件加工系统进行建模,并给出了 Petri 网模型中各库所和变迁的含义;其次,

根据本文提出的方法将禁止状态问题转化为整数线性规划问题,并求解约束转换后的允许线性约束( $w^*,k$ );最后,根据算法 2 将允许线性约束( $w^*,k$ )综合到原 Petri 网( $N, m_0$ )中。通过仿真分析,加入控制器后 Petri 网( $N^*, m_0^*$ )所有可达标识均满足给定的线性约束,达到了控制目标。

## 4 结 论

针对含不可控变迁 Petri 网的禁止状态问题,提出了一种基于整数线性规划的控制综合方法。根据 Petri 网的结构特性和变迁发生规则,将禁止状态问题转化为整数线性规划问题,通过求解该整数线性规划问题得到允许线性约束,最后利用库所不变量方法将得到的允许线性约束以控制库所的形式综合到原 Petri 网中。本文提出的方法适用于任意普通 Petri 网,未来将进一步研究一般 Petri 网(弧权值 $\geq 1$ )变迁权值与允许线性约束之间的关系,扩展提出方法的应用范围。

## 参考文献

- [ 1 ] RAN N, WANG S G, SU H Y. Supervisor synthesis for enforcing linear constraints on a class of petri nets with unobservable transitions [ J ]. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 2017, 34 ( 2 ) : 565-577.
- [ 2 ] YOU D, WANG S G, SEATZU C. Supervisory control of a class of petri nets with unobservable and uncontrollable transitions [ J ]. Information Sciences, 2018, 501 : 635-654.
- [ 3 ] ZHU G H, LI ZH W, WU N Q. Fault identification of discrete event systems modeled by petri nets with unobservable transitions [ J ]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 49(2) : 333-345.
- [ 4 ] 郝晋渊,孙丹丹,郝真鸣,等.基于标签 Petri 网的自动制造系统初始资源配置优化[ J ].电子测量与仪器学报,2020,34(8) : 30-36.  
HAO J Y, SUN D D, HAO ZH M. Initial resource allocation optimization of automated manufacturing systems using labeled Petri nets [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(8) : 30-36.
- [ 5 ] HUANG B, ZHOU M C, WANG C. Deadlock-free supervisor design for robotic manufacturing cells with uncontrollable and unobservable events[ J ]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2020, 8(3) : 597-605.
- [ 6 ] RAN N, WANG S G, SU H Y. Fault diagnosis for discrete event systems modeled by bounded petri nets[ J ]. Asian Journal of Control, 2017, 19(4) : 1532-1541.
- [ 7 ] GIUA A, DICESARE F, SILAL M. Generalized mutual exclusion constraints on nets with uncontrollable transitions [ C ]. IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, IEEE, 1992: 974-979.
- [ 8 ] HUANG B, ZHOU M C, ZHANG G X. Synthesis of Petri net supervisors for FMS via redundant constraint elimination[ J ]. Automatica, 2015, 61 : 156-163.
- [ 9 ] YAMALIDOU K, MOODY J O, LEMMON M. Feedback control of petri nets based on place invariants [ J ]. Automatica, 1996, 32(1) : 15-28.
- [ 10 ] MOODY J O, ANTSAKLIS P J, LEMMON M D. Petri net feedback controller design for a manufacturing system[ J ]. IFAC Proceedings Volumes, 1996, 29(1) : 577-582.
- [ 11 ] MOODY J O, ANTSAKLIS P J. Petri net supervisors for DES with uncontrollable and unobservable transitions[ J ]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(3) : 462-462.
- [ 12 ] BASILE F, CHIACCHIO P, GIUA A. Suboptimal supervisory control of Petri nets in presence of uncontrollable transitions via monitor places [ J ]. Automatica, 2006, 42(6) : 995-1004.
- [ 13 ] CHEN H X. Net structure and control logic synthesis of controlled Petri nets [ J ]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(10) : 1446-1450.
- [ 14 ] LUO J L, WU W M, SU H Y. Supervisor synthesis for enforcing GMECs on a controlled petri net [ C ]. IEEE International Conference on Integration Technology, 2006.
- [ 15 ] LUO J L, WU W M, SU H. Y supervisor synthesis for a class of forbidden state problems in petri nets [ C ]. American Control Conference, IEEE, 2006.
- [ 16 ] LUO J L, WU W M, SU H Y. Supervisor synthesis for enforcing a class of generalized mutual exclusion constraints on petri nets [ J ]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans, 2009, 39(6) : 1237-1246.
- [ 17 ] WANG S G, YOU D, WANG C Y. Optimal supervisor synthesis for petri nets with uncontrollable transitions: A bottom-up algorithm [ J ]. Information Sciences, 2016, 363 : 261-273.
- [ 18 ] WANG S G, WANG C Y, ZHOU M C. Design of optimal monitor-based supervisors for a class of petri nets with uncontrollable transitions[ J ]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Part B, 2013, 43(5) : 1248-1255.
- [ 19 ] CONG X Y, FANTI M P, MANGINI A M. On-line verification of initial-state opacity by petri nets and

- integer linear programming[J]. ISA Transactions, 2019, 93: 108-114.
- [20] NAKAMURA M, TENGAN T, YOSHIDA T. A petri net approach to generate integer linear programming problems[J]. ICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences, 2019, 102(2): 389-398.
- [21] KODAMA A, NISHI T. Petri net representation and reachability analysis of 0-1 integer linear programming problems [J]. Information Sciences, 2017, 400: 157-172.
- [22] 赵东辉, 杨俊友, 白殿春, 等. 基于节点迭代模糊 Petri 网的非接触异常步态识别方法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(4): 255-264.  
ZHAO D H, YANG J Y, BAI D CH, et al. Non-contact recognition method of abnormal gait based on node-iteration type fuzzy Petri net [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(4): 255-264.
- [23] WIJESINGHE S. Time series forecasting: Analysis of LSTM neural networks to predict exchange rates of currencies[J]. Instrumentation, 2020, 7(4): 25-39.

## 作者简介



**郝真鸣**, 1987 年获河北工业大学学士学位, 2004 年获河北大学硕士学位。河北大学正高级工程师, 中国电子节能技术协会第六届理事会理事, 河北工业大学校友总会第三届理事会理事, 河北大学物联网智能技术研究中心主任。主要从事自动化控制、检测技术等研究。

E-mail: hbdxhzm@163.com

**Hao Zhenming** received his B. Sc. degree from Hebei University of Technology in 1987 and his M. Sc. degree from Hebei University in 2004. He is a Senior Engineer of Hebei University, member of the 6th Council of China Electronics Energy Conservation Technology Association, member of the 3rd Council of the Alumni Association of Hebei University of Technology, director of the Research Center for Intelligent Technology of the Internet of Things of Hebei University. His main research interests include automation control and detection technology.



**雷帅帅**, 2019 年于洛阳理工学院获得学士学位, 现为河北大学硕士研究生, 主要研究方向为智能系统、系统优化等。

E-mail: lei\_ss@yeah.net

**Lei Shuaishuai** received his B. Sc. degree from Luoyang Institute of Technology in 2019. Now he is a M. Sc. candidate at Hebei University. His main research interests include cyber-systems and system optimization.



**郝晋渊** (通信作者), 2013 年于河北大学获学士学位, 2015 年于澳大利亚新南威尔士大学获硕士学位, 现为河北大学讲师, 主要研究方向为人工智能、信息技术、新媒体传播等。

E-mail: hjy@hbu.edu.cn

**Hao Jinyuan** (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Hebei University in 2013, M. Sc. degree from University of New South Wales, Sydney, Australia, in 2015. She is a lecturer at Hebei University now. Her main research interests include artificial intelligence, information technology and new media communication.