

改进自适应 ADMCC-HCKF 算法及在 SINS/CNS/GNSS 中的应用

李 伟 郝顺义 黄国荣 马仕杰

(空军工程大学 航空工程学院 西安 710038)

摘要:针对传统容积卡尔曼滤波器(CKF)在非高斯噪声下滤波精度下降以及传统最大相关熵(MCC)算法收敛速度较慢的问题,提出了一种改进的自适应相关熵高阶容积卡尔曼滤波(ADMCC-HCKF)算法。该方法依据 MCC 迭代过程的误差变化自适应调整核宽大小,核宽能够改变核参数对输入数据的敏感性,从而提高算法收敛速度及对非高斯噪声的处理能力。基于非高斯噪声环境,搭建 SINS/CNS/GNSS 组合导航实验,研究表明,改进的 ADMCC-HCKF 算法相比传统 HCKF 和基于常规 MCC 的 HCKF 算法具有更强的鲁棒性,在降噪性能及对非高斯噪声的适应性角度均有所提升的同时,滤波精度较 HCKF 算法提高了 9.63%。

关键词:最大相关熵;核函数;非高斯噪声;容积卡尔曼滤波;组合导航

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 590.35

Improved adaptive ADMCC-HCKF algorithm and application in SINS/CNS/GNSS integrated navigation

Li Wei Hao Shunyi Huang Guorong Ma Shijie

(College of Aeronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Aiming at the problems that the decline of accuracy appears in traditional CKF under non-Gaussian noise and the slower convergence speed of the traditional MCC algorithm, an improved adaptive correlation entropy high-degree cubature Kalman filter algorithm (ADMCC-HCKF) is proposed. This method adaptively adjusts the kernel width according to the error changes of the MCC iteration process, kernel width can influence the sensitivity of the kernel parameters to the input data, thereby improve the convergence speed of the algorithm and the processing ability of non-Gaussian noise. Under the non-Gaussian noise environment, we build a SINS/CNS/GNSS integrated navigation experiment, the results show that under non-Gaussian noise conditions, the improved adaptive ADMCC-HCKF algorithm shows stronger robustness than traditional HCKF and conventional MCC-HCKF, at the same time, it has better noise reduction performance and resistance to non-Gaussian noise. In terms of filtering accuracy, compared with the HCKF algorithm, an average improvement of 9.63%.

Keywords: maximum correlation entropy; kernel function; non-Gaussian noise; cubature Kalman filter; integrated navigation

0 引言

SINS/CNS/GNSS 组合导航系统是典型的非线性系统,且系统中的噪声多为非高斯噪声^[1-2],传统卡尔曼滤波 KF 算法不能很好的解决组合导航系统的非线性、非高斯问题^[3],导致滤波精度及定位误差会随时间发散。因此对非线性滤波算法的研究对于提升组合导航系统的定位精度及稳定性至关重要。

文献[4-5]探究了高阶容积规则对 KF 算法的影响,高阶容积规则能够提升算法对非线性模型的适应性并提升滤波精度。文献[6]探究了基于 M 估计的鲁棒容积卡尔曼滤波算法在目标跟踪中的应用并取得了比较好的效果。文献[7]对基于最大相关熵 MCC 准则算法的收敛性进行了相关研究。文献[8]将 MCC 和 KF 结合提出了一种基于 MCC 估计的鲁棒 KF 算法,通过目标跟踪仿真实验验证了其可以较好的应对非高斯问题。文献[9]将 MCC 方法与高阶容积卡尔曼滤波(HCKF)算法结合,提

出了一种基于 MCC 的鲁棒简化滤波算法,通过在高斯混合量测噪声条件下的仿真实验验证了该算法对非高斯噪声良好的处理能力,以及在鲁棒性、滤波精度等方面的优越性。文献[10]对 MCC 算法在迭代过程中核宽对算法收敛速度及稳态误差的影响进行了研究并得出结论,在一定范围内,较大核宽可以加快算法收敛速度,但稳态误差较大,较小核宽收敛速度较慢,但稳态误差较小。文献[11]研究了混合核函数对算法性能的影响。本文针对传统 MCC 算法收敛速度及稳态误差受核函数核宽大小影响的问题,对基于传统 MCC 准则的 HCKF 滤波算法进行了相关研究和改进,提出了自适应变核宽的 ADMCC-HCKF 算法。通过分析,改进算法能够提升相关熵核函数对输入数据的敏感性,加快算法的收敛速度,且在适应性、鲁棒性、滤波精度方面均有一定提升,对非线性、非高斯问题展现出了良好的处理能力。通过 SINS/CNS/GNSS 组合导航系统仿真实验验证了所提改进算法的优越性和有效性。

1 SINS/CNS/GNSS 组合导航模型

本文利用 SINS/CNS/GNSS 组合导航模型对所提算法进行推导并对其性能进行仿真验证。在此直接给出 SINS/CNS/GNSS 组合导航的数学模型。

$$C_n^p = \begin{bmatrix} \cos\phi_y \cos\phi_z + \sin\phi_y \sin\phi_x \sin\phi_z & -\cos\phi_y \sin\phi_z + \sin\phi_y \sin\phi_x \cos\phi_z & -\sin\phi_y \cos\phi_x \\ \cos\phi_x \sin\phi_z & \cos\phi_x \cos\phi_z & \sin\phi_x \\ \sin\phi_y \cos\phi_z - \cos\phi_y \sin\phi_x \sin\phi_z & -\sin\phi_y \sin\phi_z - \cos\phi_y \sin\phi_x \cos\phi_z & \cos\phi_y \cos\phi_x \end{bmatrix} \quad (3)$$

选取 15 维状态向量 $X = [\phi_{1 \times 3} \quad \delta v_{1 \times 3} \quad \delta p_{1 \times 3} \quad \varepsilon_{1 \times 3} \quad \nabla_{1 \times 3}]^T$, 分别代表三轴姿态角误差,三轴速度误差,经、纬、高位置误差,陀螺常值漂移,加速度计零偏。

由式(1)构成 SINS/CNS/GNSS 组合导航系统的状态方程:

$$\dot{X} = f(X) + w \quad (4)$$

式中: $f(\cdot)$ 为非线性函数; w 为系统噪声。

1.2 组合导航量测方程

以 SINS 和 CNS 的姿态、SINS 和 GNSS 的位置信息之差作为滤波器的量测^[13]:

$$Z_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} \phi_{SINS} - \phi_{CNS} \\ p_{SINS} - p_{GNSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta p \end{bmatrix} \quad (5)$$

组合导航系统的量测方程可表示如下:

$$Z = HX + \nu \quad (6)$$

式中:量测矩阵为 $H = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & O_{6 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & O_{6 \times 6} \end{bmatrix}$, ν 为量测噪声。

1.1 组合导航状态方程

选取当地地理坐标系即“东、北、天”坐标系为导航坐标系 n 系, SINS 计算所得的导航坐标系为 p 系。

SINS 的姿态、速度、位置非线性误差方程^[12]为:

$$\begin{cases} \dot{\psi} = C_\phi^{-1}((I - C_n^p)\omega_{in}^n + C_n^p \delta\omega_{in}^n - C_b^p \delta\omega_{ib}^b) \\ \delta \dot{v}^n = (C_n^p - I)C_n^p f^b + C_b^p \delta f^b + \\ (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times v^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta v^n \\ \delta \dot{L} = \frac{\delta v_N^n}{R_M + h} \\ \delta \dot{\lambda} = \frac{\delta v_E^n}{R_N + h} \sec L + \delta L \frac{v_E^n}{R_N + h} \tan L \sec L \\ \delta \dot{h} = \delta v_U \\ \dot{\varepsilon}_{bx} = \dot{\varepsilon}_{by} = \dot{\varepsilon}_{bz} = 0 \\ \dot{\nabla}_{bx} = \dot{\nabla}_{by} = \dot{\nabla}_{bz} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中系数矩阵 C_ϕ^{-1} 的表达式为:

$$C_\phi^{-1} = \frac{1}{\cos\phi_x} \begin{bmatrix} \cos\phi_x \cos\phi_y & 0 & \sin\phi_y \cos\phi_x \\ \sin\phi_x \sin\phi_y & \cos\phi_x & -\sin\phi_x \cos\phi_y \\ -\sin\phi_y & 0 & \cos\phi_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

假设 n 系与 p 系的失准角为 $\phi = [\phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z]^T$, 则坐标变换误差阵 C_n^p 为:

2 改进的 ADMCC-HCKF 算法

2.1 自适应 ADMCC 算法设计

1) 最大相关熵准则

MCC 准则的代价函数利用高斯核函数的负指数项和核宽,能够削弱较大误差的影响^[14]。有如下定义:

$$V(x, y) = E[\kappa(x, y)] = \iint \kappa(x, y) p_{xy}(x, y) \cdot dx dy \quad (7)$$

其中, $p_{xy}(x, y)$ 为联合概率密度, $\kappa(x, y)$ 为 Mercer 核函数,最常用的 Mercer 核函数是高斯核函数^[15]:

$$\kappa(x, y) = G_\sigma(e) = \exp\left(-\frac{e^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8)$$

式中: $e = x - y$, $\sigma > 0$ 表示核宽。

2) 改进的自适应变核宽 ADMCC 算法

利用 MCC 准则的高斯核函数构造的代价函数^[16]:

$$J_{MCC}(e) = \max \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{e_i^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9)$$

其中:

$$e_i = y_i - B_i x_i \quad (10)$$

对代价函数求关于变量 x_i 的偏导数:

$$\nabla J_{MCC}(x_i) = \frac{\partial J_{MCC}(x_i)}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^N \frac{\exp(-\frac{e_i^2}{2\sigma^2}) e_i B_i}{\sigma^2} \quad (11)$$

迭代更新方程为:

$$x_k = x_{k-1} + \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i \exp(-\frac{e_i^2}{2\sigma^2}) e_i B_i}{\sigma^2} \quad (12)$$

式中: μ_i 为步长参数。

利用如下核宽更新函数依据迭代过程中误差新息的变化对核宽进行自适应调整:

$$\sigma(n) = \max \left\{ 2\sigma_0 - (2\sigma_0 - 1) \exp(-\frac{e^2(n)}{2}), \sigma_0 \right\} \quad (13)$$

式中: σ_0 为预定核宽。

核宽自适应调整计算部分如下:

$$\sigma(n) = 2\sigma_0 - (2\sigma_0 - 1) \exp(-\frac{e^2(n)}{2}) \quad (14)$$

其中指数部分取值在 (0,1) 范围内,则有:

$$1 < \sigma(n) < 2\sigma_0 - 1$$

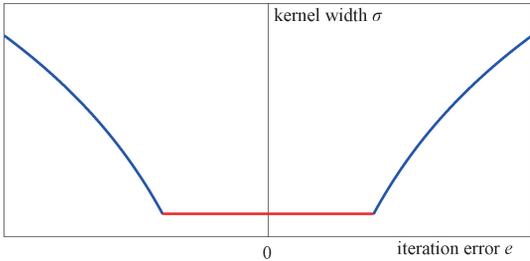


图 1 核宽随迭代误差变化曲线

Fig. 1 Variation curve of kernel width with iteration error

迭代开始时,改进的变核宽 ADMCC 算法利用核宽自适应函数选择式(14)中的核宽 σ_n 进行迭代,保证以较快的速度收敛,在算法迭代后期,迭代误差减小,自适应核宽函数将核宽切换为 σ_0 ,因此在接近稳态时,以固定核宽和稳定的步长进行迭代能够获取更小的稳态误差,且保证算法的收敛性。核宽自适应调整函数的引入,能够充分利用迭代过程的误差信息,使得改进的 MCC 算法的收敛速度和估计精度均能有所提高。

2.2 基于 MCC 算法的量测方程重构

MCC 算法通过改变卡尔曼滤波的量测更新,得到一种改进的自适应 MCC 鲁棒滤波算法。

定义 k 时刻的状态预测误差为:

$$\delta_k = x_k - \hat{x}_{k|k-1} \quad (15)$$

式中: x_k 为 k 时刻的状态真值, $\hat{x}_{k|k-1}$ 为 k 时刻的一步预测值。根据式(6)可知组合导航系统的量测方程为线性,

则此时量测预测值 $\hat{z}_{k|k-1}$ 与协方差阵 $P_{zz,k|k-1}$ 、 $P_{xz,k|k-1}$ 有如下:

$$\hat{z}_{k|k-1} = H_k \hat{x}_{k|k-1} \quad (16)$$

$$P_{zz,k|k-1} = H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k \quad (17)$$

$$P_{xz,k|k-1} = P_{k/k-1} H_k^T \quad (18)$$

根据上述 3 个表达式构造新的量测方程:

$$\begin{bmatrix} z_k \\ \hat{x}_{k|k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_k \\ I \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} v_k \\ -\delta_k \end{bmatrix} \quad (19)$$

对方程参数作如下定义:

$$S_k = \begin{bmatrix} R_k & 0 \\ 0 & P_{k|k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{u,k} S_{u,k}^T & 0 \\ 0 & S_{l,k} S_{l,k}^T \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$y_k = S_k^{-1} \begin{bmatrix} z_k \\ \hat{x}_{k|k-1} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$B_k = S_k^{-1} \begin{bmatrix} H_k \\ I \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$e_k = S_k^{-1} \begin{bmatrix} v_k \\ -\delta_k \end{bmatrix} \quad (23)$$

则式(19)可以改写为:

$$y_k = B_k x_k + e_k \quad (24)$$

通过 $J_{MCC}(e)$ 构造的代价函数对状态变量 x_k 的迭代求解过程如下:

$$J_{MCC}(e) = \max \sum_{i=1}^N \exp(-\frac{e_i^2}{2\sigma^2})$$

式中: $N = n + m$, n 为量测量维数, m 为状态量维数, $e_{i,k}$ 为残差向量 $e_{i,k} = y_{i,k} - B_i x_{i,k}$ 的第 i 个分量。

求解如下方程可求得令代价函数取最大值的 x_k :

$$\frac{\partial J_{MCC}(x_i)}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma^2} \exp(-\frac{e_i^2}{2\sigma^2}) e_i B_i = 0 \quad (25)$$

解为如下形式:

$$\begin{aligned} E[G_\sigma(e) e X] &= E[G_\sigma(e) (y - Bx) X] = 0 \\ \Rightarrow x &= [R_{xx}^G]^{-1} P_{Bx}^G \end{aligned} \quad (26)$$

式中: $R_{xx}^G = E[G_\sigma(e) B B^T]$ 、 $P_{Bx}^G = E[G_\sigma(e) B X]$

R_{xx}^G 和 P_{Bx}^G 均是和误差 e 相关的函数,而该误差又决定了所求估计变量的迭代更新方向,因此可以将状态估计变量写成如下函数形式:

$$x_k = f(\hat{x}_k) \quad (27)$$

当利用迭代法进行求解时,由上式可得如下迭代解形式:

$$\hat{x}_{k,t} = f(\hat{x}_{k,t-1}) = [\hat{R}_{xx}^G]^{-1} \hat{P}_{Bx}^G \quad (28)$$

其中:

$$\begin{cases} \hat{R}_{xx}^G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [G_\sigma(e(i)) B_i B_i^T] \\ \hat{P}_{Bx}^G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [G_\sigma(e(i)) B_i x_i] \end{cases} \quad (29)$$

对式(29)求解可得:

$$\mathbf{x}_k = (\mathbf{B}_k \mathbf{C}_k \mathbf{B}_k^T)^{-1} \mathbf{B}_k \mathbf{C}_k \mathbf{y}_k \quad (30)$$

其中: $\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{n,k} & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{m,k} \end{bmatrix}$, $\mathbf{C}_{n,k}$ 、 $\mathbf{C}_{m,k}$ 满足式(31)。

$$\mathbf{C}_{n,k} = \text{diag}(\mathbf{G}_\sigma(e_{1,k}) \quad \cdots \quad \mathbf{G}_\sigma(e_{n,k})) \quad (31)$$

$$\mathbf{C}_{m,k} = \text{diag}(\mathbf{G}_\sigma(e_{n+1,k}) \quad \cdots \quad \mathbf{G}_\sigma(e_{n+m,k}))$$

迭代过程中利用下式对核宽进行自适应调整:

$$\sigma(t) = \max \left\{ 2\sigma_0 - (2\sigma_0 - 1)^{\exp(-\frac{e^2(t)}{2})}, \sigma_0 \right\} \quad (32)$$

文献[7]对 MCC 算法迭代求解过程的收敛性进行了推导证明,具体证明过程这里不再赘述。

迭代结束后求得方差为:

$$\mathbf{P}_{klk} = (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{klk-1} (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}_k \mathbf{H}_k)^T + \bar{\mathbf{K}}_k \mathbf{R}_k \bar{\mathbf{K}}_k^T \quad (33)$$

对状态变量的估计方程可以进一步表示为:

$$\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_{klk-1} + \bar{\mathbf{K}}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k) \quad (34)$$

其中:

$$\bar{\mathbf{K}}_k = \bar{\mathbf{P}}_{klk-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_{klk-1} \mathbf{H}_k^T + \bar{\mathbf{R}}_k)^{-1} \quad (35)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{klk-1} = \mathbf{S}_{l,klk-1} \mathbf{C}_{n,k}^{-1} \mathbf{S}_{l,klk-1}^T \quad (36)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_k = \mathbf{S}_{u,k} \mathbf{C}_{m,k}^{-1} \mathbf{S}_{u,k}^T \quad (37)$$

2.3 基于变核宽自适应 ADMCC-HCKF 算法

利用 MCC 算法将 HCKF 算法量测更新过程转化为求解回归方程的问题,得到新的自适应鲁棒算法,算法流程如下:

1) 初始化

设置滤波器初始状态 \mathbf{x}_0 和方差 \mathbf{P}_0 , 以及初始核宽 σ_0 和迭代门限值 ε 。

2) 时间更新

本文所提算法选用五阶容积点规则,时间更新过程与文献[12]提出的高阶容积卡尔曼滤波算法的时间更新过程一致,详细推导过程参考文献[12]。

3) 改进自适应 ADMCC-HCKF 量测更新

(1) 根据式(16)计算 k 时刻的量测预测值 $\hat{\mathbf{z}}_{klk-1}$, 通过式(19)构造新的量测方程。

(2) 将量测方程改写为式(24)的形式,同时设置初始迭代值:

$$\hat{\mathbf{x}}_{klk(0)} = (\mathbf{B}_k^T \mathbf{B}_k)^{-1} \mathbf{B}_k^T \mathbf{y}_k \quad (38)$$

(3) 代价函数取得最大值时,当采用自适应变核宽 ADMCC-HCKF 算法时,根据式(31)、(32)、(35)~(37)得到 k 时刻的第 t 次迭代状态:

$$\hat{\mathbf{x}}_{klk(t)} = \hat{\mathbf{x}}_{klk-1} + \bar{\mathbf{K}}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k) \quad (39)$$

(4) 当式(40)成立时,令 k 时刻的状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{klk} = \hat{\mathbf{x}}_{klk(t)}$, 否则返回步骤(3)。

$$\frac{\|\hat{\mathbf{x}}_{klk(t)} - \hat{\mathbf{x}}_{klk(t-1)}\|}{\|\hat{\mathbf{x}}_{klk(t-1)}\|} \leq \varepsilon \quad (40)$$

最后,根据式(33)求得 k 时刻的误差协方差阵

\mathbf{P}_{klk} 。

3 实验分析

3.1 实验设计

本实验相关工作主要依托于实验室搭建的惯性/天文/卫星组合导航综合仿真实验系统。实验设置如表 1 所示。

表 1 实验参数设置

Table 1 Experimental parameter settings

类型	误差项	误差值
传感器误差	SINS 陀螺漂移	0.01°/h
	SINS 陀螺相关时间漂移	0.01°/h
	SINS 陀螺白噪声漂移	0.01°/h
初始误差	SINS 加计零偏	10 mg
	GPS 位置精度	10 m
	GPS 速度精度	0.1 m/s
初始误差	CNS 姿态误差	30"
	水平姿态误差角(北向、东向)	150"
	水平姿态误差角(北向、东向)	300"
	速度误差	0.1 m/s
	位置误差	10 m

设置飞行器的初始位置为东经 108°, 北纬 34°, 高度 380 m, 载体初始速度大小为 10 m/s, 方向正北, 载体经过加速、匀速、右转弯、左转弯、横滚、爬升、下降、减速等机动组成, 飞行时间总长 600 s, 飞行轨迹如图 1 所示, 红色标记处表示飞行器的起始位置。

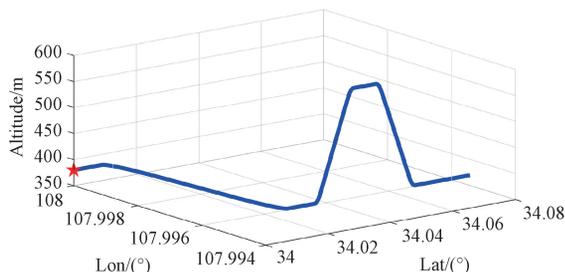


图 2 飞行轨迹图

Fig. 2 Flight trajectory curve

为了验证改进算法对非线性、非高斯问题的有效性, 假设飞行过程中量测信息为受污染的高斯噪声, 式(41)给出了受污染的高斯噪声的概率分布, 本文取混合百分比 $\varepsilon = 0.3$ 。混合高斯噪声分布形势如下:

$$\begin{cases} \phi_{\delta\phi_{E,N}} \sim (1 - \varepsilon)N(0, (0.001^\circ)^2) + \varepsilon N(0, (0.01^\circ)^2) \\ \phi_{\delta\phi_U} \sim (1 - \varepsilon)N(0, (0.003^\circ)^2) + \varepsilon N(0, (0.03^\circ)^2) \\ p_{\delta p_{E,N}} \sim (1 - \varepsilon)N(0, (10\text{ m})^2) + \varepsilon N(0, (100\text{ m})^2) \\ p_{\delta p_U} \sim (1 - \varepsilon)N(0, (3\text{ m})^2) + \varepsilon N(0, (30\text{ m})^2) \end{cases} \quad (41)$$

通过上述飞行轨迹可得到传感器原始数据,该数据将作为整个实验的唯一输入,来保障实验结果的一致性及有效性。

3.2 实验结果及分析

1) 算法迭代过程分析

采用 MCC-HCKF 和本文提出的 ADMCC-HCKF 算法对算法的迭代过程进行对比实验,结果如图 3 和表 2 所示。

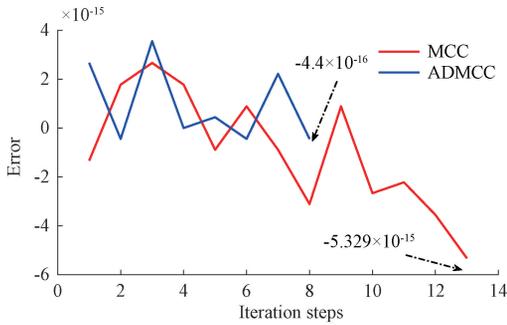


图 3 算法迭代过程对比曲线

Fig. 3 Comparison curve of algorithm iteration process

表 2 算法迭代过程对比

Table 2 Algorithm iteration process comparison

算法	初始误差	终态误差	迭代步数
MCC-HCKF	-1.332×10^{-15}	-5.329×10^{-15}	13
ADMCC-HCKF	2.673×10^{-15}	-4.44×10^{-16}	8

从表 2 和图 3 对比结果可知,本文算法在终态误差方面可提高一个数量级;迭代步数也有一定缩减。本文算法充分利用了迭代过程中的误差信息,对非高斯噪声具有更强的适应性和鲁棒性,在减小误差的同时也节省了处理器的处理时间。

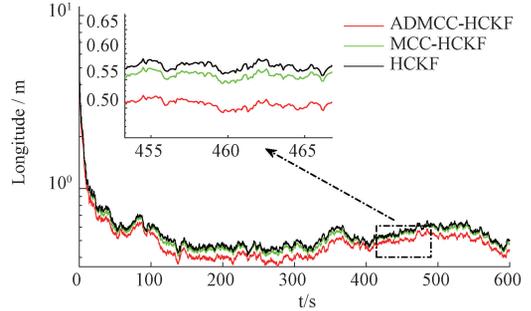
2) 算法综合对比分析

为了综合评估验证本文所提自适应变核宽滤波算法在滤波精度以及对非高斯噪声的自适应性和鲁棒性方面的优越性,采用蒙特卡洛仿真实验方法,设置蒙特卡洛仿真次数 $M = 50$,并引入位置均方误差 $RMSE_{\delta p}$ 、 $ARMSE_{\delta p}$ 对仿真结果进行对比,计算表达式如下:

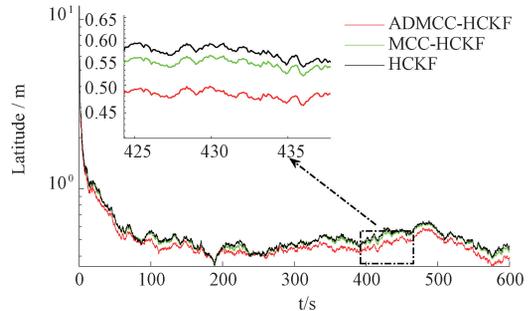
$$RMSE_{\delta p} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (x_i^k - \hat{x}_i^k)^2} \quad (42)$$

$$ARMSE_{\delta p} = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^M (x_i^k - \hat{x}_i^k)^2} \quad (43)$$

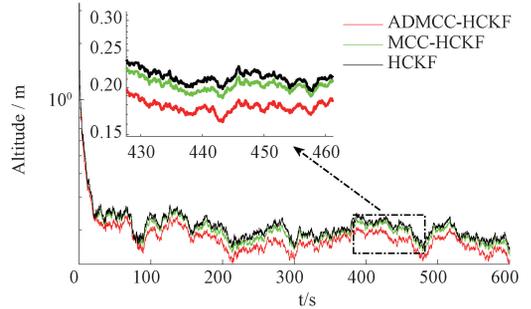
非高斯噪声下,ADMCC-HCKF、MCC-HCKF、HCKF 三种算法均方误差 $RMSE_{\delta p}$ 、 $ARMSE_{\delta p}$ 及单次运行时间对比结果如图 4、表 3 和 4 所示。



(a) 经度均方误差 $RMSE$
(a) Longitude mean square error ($RMSE$)



(b) 纬度均方误差 $RMSE$
(b) Latitude mean square error ($RMSE$)



(c) 高度均方误差 $RMSE$
(c) Altitude mean square error ($RMSE$)

图 4 非高斯噪声条件下位置均方误差 $RMSE$

Fig. 4 Position mean square error under non-Gaussian noise ($RMSE$)

表 3 非高斯噪声条件下的平均位置均方差 $ARMSE$

Table 3 Average position mean square error under non-Gaussian noise ($ARMSE$)

Filter algorithm	Longitude/m	Latitude/m	Altitude/m
HCKF	0.578 3	0.556 4	0.217 6
MCC-HCKF	0.560 3	0.548 0	0.209 1
ADMCC-HCKF	0.510 9	0.507 7	0.199 0

表 4 非高斯噪声条件下 4 种算法单次运行时间对比

Table 4 Comparison of single running time of four algorithms under non-Gaussian noise

Filter algorithm	Single running time/s
HCKF	380.636 5
MCC-HCKF	399.728 3
ADMCC-HCKF	392.929 1

从图 4 可以看出,当量测噪声服从非高斯分布时,传统 HCKF 算法及常规 MCC-HCKF 算法的滤波精度明显要低于改进的自适应 ADMCC-HCKF 算法,这一结果也从一定程度上证明了基于自适应核宽的改进方法能够提升滤波算法对非高斯噪声的抑制能力,增强滤波器对非高斯量测噪声的自适应性和鲁棒性。

通过对表 3 中 3 种算法的平均位置均方误差数据对比可知,改进的自适应 ADMCC-HCKF 算法的滤波精度相比传统 HCKF 算法平均提高了 9.63%,相比常规 MCC-HCKF 算法平均提高了 5.23%,改进算法展现出了对非高斯噪声更强的抑制能力。根据表 3、4,从滤波精度、收敛速度两个指标综合来看,ADMCC-HCKF 算法的收敛速度有明显提升,且滤波精度最高,这一结果有利于提高非线性、非高斯组合导航系统整体的滤波精度。

4 结 论

本文针对传统容积卡尔曼滤波器在非高斯噪声情况下滤波精度下降以及固定核宽的 MCC 算法收敛速度较慢的问题,提出了改进的自适应变核宽相关熵 ADMCC-HCKF 算法。实验结果表明:在非高斯噪声条件下,改进的自适应核宽准则提升了滤波算法的适应性,改进的自适应 ADMCC-HCKF 算法较传统 HCKF 算法具有更强的鲁棒性;较传统 MCC 估计的 HCKF 算法在收敛速度、对非高斯噪声的适应性和鲁棒性以及滤波精度上均有所提升,同时也证明了改进算法对非线性、非高斯问题的有效性。

参考文献

- [1] 李群生,赵剡,鲁浩,等.捷联惯导/天文导航/合成孔径雷达组合导航系统[J].仪器仪表学报,2017,38(11):2667-2674.
LI Q SH, ZHAO Y, LU H, et al. Strapdown inertial navigation/celestial navigation/synthetic aperture radar integrated navigation system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(11):2667-2674.
- [2] 郭士萃,王春雨,常丽敏,等.鲁棒渐消 CKF 及其在 SINS 初始对准中的应用[J].仪器仪表学报,2020,41(4):95-101.
GUO SH L, WANG CH Y, CHANG L M, et al. Robust

fading CKF and its application in SINS initial alignment[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(4): 95-101.

- [3] 巫春玲,李永萍,谢美美,等.迭代自适应容积卡尔曼滤波算法[J].电子测量技术,2019,42(17):65-70.
WU CH L, LI Y P, XIE M M, et al. Iterative adaptive cubature Kalman filter algorithm [J]. Electronic Measurement Technology, 2019, 42(17):65-70.
- [4] 冉娜,乔雪.交互式多模型七阶容积卡尔曼滤波算法[J].电子测量与仪器学报,2018,32(6):167-172.
RAN N, QIAO X. Interactive multi-model seven-degree cubature Kalman filter algorithm [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32(6):167-172.
- [5] JIA B, XIN M, CHENG Y. High-degree cubature Kalman Filter[J]. Automatica, 2013(49):510-518.
- [6] 吴昊,陈树新,杨宾峰,等.基于广义 M 估计的鲁棒容积卡尔曼滤波目标跟踪算法[J].物理学报,2015,64(21):218401(1)-218401(8).
WU H, CHEN SH X, YANG B F, et al. Robust cubature Kalman filter target tracking algorithm based on generalized M-estimation[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(821):218401(1)-218201(8).
- [7] CHEN B, WANG J, ZHAO H, et al. Convergence of a fixed-point algorithm under maximum correntropy criterion[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(10):1723-1727.
- [8] HOU B W, HE ZH M, ZHOU X Y, et al. Maximum correntropy criterion Kalman filter for α -jerk tracking model with non-Gaussian noise [J]. Entropy, 2017, 19(12):648.
- [9] 卢航,郝顺义,彭志颖,等.基于 MCC 的鲁棒高阶 CKF 在组合导航中的应用[J].计算机工程与应用,2020,56(1):257-264.
LU H, HAO SH Y, PENG ZH Y, et al. Application of robust high-order CKF based on MCC in integrated navigation[J]. Computer Engineering and Applications, 2020, 56(1):257-264.
- [10] GUO Y, MA B, LI Y. A kernel-width adaption diffusion maximum correntropy algorithm [J]. IEEE Access, 2020(8):33574-33587.
- [11] 宋普查,赵海全.基于最大混合相关熵准则的主动噪声控制算法[J].信号处理,2020,36(6):942-947.
SONG P CH, ZHAO H Q. Active noise control algorithm based on maximum mixed correlation entropy criterion[J]. Journal of Signal Processing, 2020, 36(6):942-947.
- [12] 郝顺义,卢航,魏翔,等.简化高阶强跟踪容积卡尔曼滤波及其在组合导航中的应用[J].控制与决策,

2019,34(10):2105-2114.

HAO SH Y, LU H, WEI X, et al. Reduced high-degree strong tracking cubature Kalman filter and its application in integrated navigation system [J]. Control and Decision, 2019,34(10):2105-2114.

- [13] 秦洪卫. 捷联惯导/星光组合导航技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2013.

QIN H W. Research on strapdown inertial navigation / Starlight integrated navigation technology [D]. Harbin: Harbin Institute of technology, 2013.

- [14] 马兵. 基于可变核宽的鲁棒分布式自适应滤波算法研究[D]. 沈阳:沈阳工业大学,2020.

MA B. Research on robust distributed adaptive filtering algorithm based on variable kernel width[D]. Shenyang: Shenyang University of Technology, 2020.

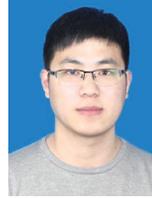
- [15] 丁小艳,王婷. 基于交叉检验 ORB 和 MCC 的图像模板匹配算法[J]. 电子测量与仪器学报,2019,33(5):39-45.

DING X Y, WANG T. Image template matching algorithm based on cross-check ORB and MCC [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019,33(5):39-45.

- [16] HOU B, HE Z, ZHOU X, et al. Maximum correntropy

criterion Kalman Filter for α -Jerk tracking model with non-Gaussian noise[J]. Entropy, 2017, 19(12):648.

作者简介



李伟,2019 年于东北大学获得学士学位,现为空军工程大学硕士研究生,主要研究方向为卡尔曼滤波与组合导航技术。

E-mail: weili199602@163.com

Li Wei received his B. Sc. degree in 2019 from Northeastern University. Now he is a M. Sc. candidate at Air Force Engineering University. His main research interests include Kalman filtering and integrated navigation technology.



黄国荣(通信作者),分别在 1994 年、1997 年和 2000 年于空军工程大学获得学士学位、硕士学位和博士学位,现为空军工程大学教授,主要研究方向为惯性导航与组合导航。

E-mail: 1740295029@qq.com

Huang Guorong (Corresponding author) received his B. Sc., M. Sc. and Ph. D. degrees from Air Force Engineering University in 1994, 1997 and 2000, respectively. He is now a professor at Air Force Engineering University. His main research interests include inertial navigation and integrated navigation.