

DOI: 10.13382/j.jemi.B2003258

天牛须搜索算法实现小波滤波器直接频域逼近*

童耀南 曹鹏晨 赵舜楠

(湖南理工学院 信息科学与工程学院 岳阳 414006)

摘要:针对频域法构造小波滤波器方法较少、稳定性无法保证、逼近精度不高等问题,基于天牛须搜索算法提出了一种小波滤波器直接频域逼近方法。首先根据小波滤波器电路的基本要求设计逼近有理式,然后加入电路实现所需的稳定性、正实性和初值为零的约束条件,建立小波滤波器逼近的频域优化模型。再以高斯小波和 Marr 小波为例,使用天牛须搜索算法求解频域逼近的数学模型得到滤波器有理式参数。在时域和频域上分别将该方法和其他频域方法进行对比,仿真和计算结果表明在相同条件下,频域逼近法具有更优的效果,五阶高斯小波和七阶 Marr 小波的逼近均方误差仅为 $3.446\ 8\times 10^{-4}$ 和 $7.346\ 2\times 10^{-4}$ 。

关键词:小波变换;小波滤波器;滤波器逼近;天牛须搜索算法

中图分类号: TN929.52 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.5015

Direct frequency-domain approximation of wavelet filter using beetle antennae search algorithm

Tong Yaonan Cao Lichen Zhao Shunnan

(School of Science and Engineering, Hunan Institute of Science and Technology, Yueyang 414006, China)

Abstract: In this paper, a direct frequency domain approximation method of wavelet filter was proposed based on the beetle antennae search algorithm (BAS), aiming at the problems of less methods to construct wavelet filter in frequency domain, no guarantee of filter stability and low approximation accuracy. Firstly, the approximation rational formula was designed according to the basic requirements of the wavelet filter circuit. Then, based on the rational formula, a frequency domain optimization model of wavelet filter approximation was established considering the constraint conditions of filter circuit stability, positive reality and zero initial value. Finally, Gaussian and Marr wavelet were taken as examples, in which the BAS algorithm was used to solve the optimization mathematical model to obtain rational parameters. The approximation results are compared with other frequency-domain methods in time and frequency domain. The simulation and calculation results show that the proposed approach has a good approximation effect under the same conditions. The mean square errors (MSE) of the fifth-order Gaussian wavelet and seventh-order Marr wavelet are only $3.446\ 8\times 10^{-4}$ and $7.346\ 2\times 10^{-4}$ respectively.

Keywords: wavelet transform; wavelet filter; filter approximation; beetle antennae search algorithm

0 引言

小波变换(wavelet transform)是一种多分辨率的信号处理方法,具有随频率变化的时频窗口,对非平稳信号分析具有卓越的分析能力,常被用于信号检测^[1-2]、生物医疗^[3-5]、故障检测^[6]与网络通信^[7]等方面。自 90 年代起,

特别是 Morlet 等^[8]研究发现小波变换在时域频域上皆具有良好的局部化分析能力以来,小波变换受到了国内外学者和工程人员的广泛关注。在工程应用中,小波变换常用软件或算法实现。近年来,为了提升小波变换的实时性,小波变换硬件电路实现已发展成为一个新的研究领域^[4-5,9-12]。硬件实现小波变换可分为数字和模拟两种方式。前者需对输入的模拟信号进行模数转换,存在转

收稿日期: 2020-06-23 Received Date: 2020-06-23

* 基金项目:湖南省科技计划项目(2017SK2164,2019TP1014)、湖南省教育厅优秀青年科研项目(16B114)、湖南理工学院科研创新团队项目(2019-TD-10)、湖南省普通高校教学改革研究项目(湘教通[2019]291号)资助

换过程信号失真、模数转换电路功耗高、数据运算量大等缺点;后者不需要模数转换,电路规模较小、功耗更低,更具优越性。Haddad 等^[9]以心脏起搏器为应用场景,验证了使用模拟电路方式实现小波变换的功耗远低于数字方式。

小波变换的模拟电路实现可借鉴经典的模拟滤波器设计理论和方法,因此也常被称为模拟小波滤波器设计。由于小波函数通常难以直接用电路实现,需要先构造一个接近小波基函数时频域特性,且方便用电路实现的有理函数。这个过程,常被称为模拟小波滤波器逼近。文献[9-11]提出一种在时域上基于优化算法的小波滤波器逼近方法,通过构建一个易于进行时频变换的小波的时域函数,使用优化算法对时域函数进行逼近。在时域上进行小波滤波器逼近的方法虽然效果直观,然而在电路的综合实现中需要将时域逼近结果转化为频域函数,再进行电路设计。在频域上实现模拟小波滤波器逼近的研究较少,常用的频域逼近方法包括2005年Haddad等^[13]提出Padé逼近法和Maclaurin级数法。Padé逼近法将小波复频域函数分解为泰勒展开式,再通过线性变换求得小波逼近有理式的参数。Padé逼近的突出特点是方法简单,能通过确定步骤的数学计算求解小波的传递函数,但其精度有限而且无法确保逼近系统的稳定性。文献[14]使用常规优化算法求解小波基的频域逼近优化模型,可以在保证电路稳定的情况下有效提高小波滤波器的精度,但与现代方法结合较少,模型逼近结果的精度不够高。差分进化算法常用于多目标优化问题,但由于小波函数的多峰性,逼近模拟小波基时产生的误差较大。粒子群算法因其运算简单且对维数不敏感应用广泛,但存在搜索精度较低且易陷入局部最优的缺陷。文献[11]提出了一种模拟退火算法求解时域小波基模型的参数,在高阶数上可以获得高精度的数据,但对于低阶效果欠佳。

最优化计算方法的研究和发展一直受到广大学者的关注,近年来,简单且高效的智能优化算法不断涌现。Jiang等^[15]受天牛觅食的启发,提出了天牛须搜索算法(battle antennae search, BAS),BAS是一种解决优化问题的高效智能优化算法,已在分布式电源选址定容和球团原料匹配等方面得到应用^[16-17]。因此,为克服现有方法的不足,本文将依据小波滤波器实现原理,设计小波滤波器频域直接构建模型,通过天牛须搜索算法对模型进行优化求解,实现小波滤波器的频域高精度直接逼近。并以常用小波基函数,如高斯小波、Marr小波等的频域逼近为例开展仿真实验,检验分析方法的有效性和先进性。

1 小波滤波器的实现原理

设 $\psi(t)$ 为小波基函数,输入信号 $f(t) \in L^2(R)$,则

输入信号的小波变换为:

$$WT_f = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (1)$$

式中: $*$ 表示共轭; a 为尺度因子; b 为位移因子。输入信号 $f(t)$ 与小波基函数 $\psi_{a,b}(t)$ 的共轭相乘,再对时间积分得到一个关于尺度因子 a 和位移因子 b 的函数,从而实现分析频域信息和时域信息的目的。根据信号与系统的原理,当输入信号 $f(t)$ 在通过冲击响应为 $h(t)$ 的滤波器电路时,这个过程相当于对信号 $f(t)$ 与系统的传递函数做卷积,该过程的数学表达式如下:

$$\check{f}(t) = h(t) \otimes f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mu) h(t-\mu) d\mu \quad (2)$$

式中: \otimes 表示卷积; μ 表示时移量。信号 $f(t)$ 可以看作是无穷的冲激信号的叠加,整体的系统响应也可以表示为无穷冲激响应的叠加,这与小波变换的原理高度相似。根据式(1)和(2),通过构造小波基滤波器函数作为系统冲击函数的近似,从而可用滤波器电路实现小波变换。小波尺度变换函数时域一般表达式如下:

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left(-\frac{t}{a} \right) \quad (3)$$

式中: $*$ 表示共轭; a 为尺度因子。小波基函数 $\psi_{a,b}(t)$ 是紧支撑的,可看作为 a 可调的时间频率窗口。当 b 固定的时候,调节 a 能得到不同频率的小波函数,因此在小波滤波器设计中,只需要实现 $a=1$ 时的小波滤波器函数,就可以通过调节 a 的大小实现不同尺度的小波函数;当 a 固定时,调节 b 则可以看到同一频率下不同时间信号的变化。因此小波滤波器有理函数的设计是模拟电路实现小波变换的重要基础。

2 小波基频域逼近方法

2.1 频域逼近优化模型的构造

为了构造尺度为1的小波基滤波器函数,对小波基函数 $\psi(t)$ 进行预处理。首先根据式(1)和(2),需要对 $\psi(t)$ 进行共轭和翻转,然后为了构造具备系统因果性的小波滤波器,需要对 $\psi(t)$ 进行平移 t_0 的操作,故小波基函数 $\psi(t)$ 进行预处理得到:

$$\check{\psi}(t) = \psi^*(t_0 - t) \quad (4)$$

将 $\check{\psi}(t)$ 作为小波滤波器的线性系统响应,设计的滤波器的频率响应也尽可能逼近预处理后小波基的频域形式。为获得预处理后的小波基频域形式,对小波基频率函数 $F(j\omega)$ 进行共轭、反转和平移得到:

$$\check{F}(j\omega) = F^*(j\omega) e^{-j\omega t_0} \quad (5)$$

式中: $F(j\omega)$ 是对 $\psi(t)$ 进行傅里叶变换的结果。为了

构造有限阶数的滤波器,需要用小波基滤波器的频率响应 $H(j\omega)$ 去逼近小波基频域函数 $\tilde{F}(j\omega)$ 。频率响应 $H(j\omega)$ 的有理逼近式为:

$$H(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + \dots + b_1(j\omega) + b_0}{s^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0} \quad (6)$$

式中: $H(j\omega)$ 为复频域上系统的有理函数逼近式, $[a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, b_1, b_2, \dots, b_m]$ 表示线性时不变系统的有理函数逼近式的待求参数, ω 表示频率。在满足滤波器电路的相关条件下,构建合理的频域优化模型,使得频率响应

$H(j\omega)$ 逼近小波基函数 $\tilde{F}(j\omega)$ 。

在频率点 ω_i 上,频率响应 $H(j\omega)$ 和预处理后的频率函数的 $\tilde{F}(j\omega_i)$ 之间的误差为:

$$\varepsilon(j\omega_i) = H(j\omega_i) - \tilde{F}(j\omega_i) \quad (7)$$

为了使 $H(j\omega)$ 和 $\tilde{F}(j\omega_i)$ 的误差平方和最小,本文采用如下误差评判准则函数:

$$J = \min \sum_{i=1}^L \|\varepsilon(j\omega_i)\|^2 \quad (8)$$

这是一个最小二乘问题,原则上逼近优化式(8)的频域目标函数即可得有理函数逼近式的系数。但从滤波器稳定性的角度考虑,有理式全部极点应分布在 s 平面的左半平面。具体而言,需使有理式分母部分的特征根的实部小于 0,即能确保系统稳定。为满足电路的正实性,待求参数 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ 应该严格大于 0。并通过设定 $m + 2 \leq n$ 作为优化模型的条件使得逼近的小波基滤波器传递函数有零点初值。基于上述理论分析,提出如下小波基频域逼近优化模型:

$$\begin{aligned} \min \quad & \varepsilon(\theta) = \sum_{i=1}^L [\|\operatorname{real}(\varepsilon(j\omega_i)^2)\|^2 + \|\operatorname{imag}(\varepsilon(j\omega_i)^2)\|^2] \\ \text{s. t.} \quad & a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1} > 0, m + 2 \leq n, \\ & \operatorname{real}\{\operatorname{roots}[D(s)]\} < 0, \\ & \theta = [a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, b_1, b_2, \dots, b_m] \end{aligned} \quad (9)$$

式中: θ 是所求参数向量, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1} > 0$ 和 $\operatorname{real}\{\operatorname{roots}[D(s)]\} < 0$ 是优化模型的约束条件,前者保证所求传递函数分母系数具有正实性,后者保证频域有理逼近式特征根的实部小于 0,即保证系统极点分布在 s 平面的左半平面。

2.2 天牛须搜索算法求解

BAS 算法将天牛触角长度与搜索范围、食物气味和最优解、天牛移动距离和步长联系起来,将自然界的生物法则应用在数学模型中,是一种寻找全局最优解的方法^[15]。类似遗传算法、粒子群算法等智能优化算法,天牛须搜索算法不需要知道函数的具体形式,也不需要梯度信息就可以实现高效寻优。相比于粒子群算法,天牛须搜索算法只需要一个个体,即一只天牛,运算量大大降低。

为了模拟搜索行为,建立如下天牛搜索方向的模型:

$$\vec{b} = \frac{\operatorname{rand}(k, 1)}{\|\operatorname{rand}(k, 1)\|} \quad (10)$$

式中: $\operatorname{rand}()$ 表示随机函数; k 表示位置维度; \vec{b} 表示进行归一化处理后的搜索方向信息。对于天牛左右触角的搜索行为的模型如下:

$$x_r = x' + d'\vec{b}, x_l = x' - d'\vec{b} \quad (11)$$

式中: x_r 表示右侧搜索区域的位置; x_l 表示左侧搜索区域位置; d' 表示天线感知长度,即搜索范围。首先 d' 的初始值需要足够大,可以跳出局部最小,然后搜索范围随着时间衰减,同时搜索精度提高。天牛的位置移动与气味检测相关,检测行为的模型如下:

$$x' = x'^{l-1} + \delta'\vec{b}\operatorname{sign}(f(x_r) - f(x_l)) \quad (12)$$

式中: $\operatorname{sign}()$ 表示一个符号函数; δ' 表示搜索步长。此外关于天线长度 d' 和步长 δ' 的更新规则如式(13),这两个参数在某些情况下可以为常量。

$$d' = \rho_d d'^{l-1} + 0.01, \delta' = \rho_\delta \delta'^{l-1} \quad (13)$$

式中: ρ_d 表示天线长度 d' 的衰减系数; ρ_δ 表示步长 δ' 的衰减系数。针对本文的优化模型逼近,需注意触须长度需要足够大,保证在逼近的开始就跳出局部最优,然后随着时间步长逐渐减小达到需要的精度。并且本文模型中在气味检测中引入了贪婪概率,会在一定概率时接受较差解 x^l ,大大提高了全局搜索能力。对于步长的选择,步长太大会使天牛移动速度太快,导致范围缩小的太快而进入局部逼近,步长太小则会使得得到结果的时间较长,因此步长需要合理的选择。在经过多次重复上述搜索过程时,不断更新天牛位置,在系统经过一定次数的迭代,结果会趋向于一个收敛的最小值。

3 高斯小波基逼近实例

3.1 高斯小波基函数和预处理

先选择高斯小波 $\varphi(t)$ 作为小波滤波器设计的基函数,然后需要对它进行翻转、共轭和时移 t_0 的处理,得到预处理后的表达式 $\tilde{\varphi}(t)$:

$$\tilde{\varphi}(t) = \varphi^*(t_0 - t) = 2\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{4}} (t - t_0) e^{-(t-t_0)^2} \quad (14)$$

综合考虑小波滤波器阶数和截断误差,选择时移参数 $t_0 = 2$ 。对高斯小波基 $\tilde{\varphi}(t)$ 进行傅里叶变换得到高斯小波基的频域表达式 $\tilde{\Phi}(j\omega)$:

$$\tilde{\Phi}(j\omega) = \tilde{\Phi}^*(j\omega) e^{-j\omega t_0} = -(2\pi)^{\frac{1}{4}} j\omega e^{-\frac{\omega^2}{4} - j\omega t_0} \quad (15)$$

3.2 高斯小波基频域逼近优化模型的构造

根据高斯小波基 $\tilde{\Phi}(j\omega)$ 的幅度谱,在 $[0:6 \text{ rad/s}]$ 的

频率范围内等间隔取样 600 个点,作为优化模型的输入。采用 3/5 阶有理式形式进行逼近优化,待求解的模拟滤波器频率响应 $\tilde{H}(j\omega)$ 表达式为:

$$\tilde{H}(j\omega) = \frac{b_3(j\omega)^3 + b_2(j\omega)^2 + b_1(j\omega) + b_0}{(j\omega)^5 + a_4(j\omega)^4 + a_3(j\omega)^3 + a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} \quad (16)$$

式中: $[a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, b_0, b_1, b_2, b_3]$ 表示复频域上有理函数逼近式的参数。在设置的频率点下,高斯小波的频率响应 $\tilde{F}(j\omega)$ 与逼近小波函数的频率响应 $\tilde{H}(j\omega)$ 的误差为:

$$\varepsilon(\omega) = \tilde{H}(j\omega) - \tilde{F}(j\omega)^2 \quad (17)$$

为使频率误差 $\varepsilon(\omega_i)$ 尽可能小,使用误差平方和的方法,定义逼近误差准则函数 $J(\omega)$ 为:

$$J(\omega) = \sum_{i=1}^L [P_{re}^2(\omega) + P_{im}^2(\omega)]$$

$$P_{re}(\omega) = \text{real}(\varepsilon^2(\omega)), P_{im}(\omega) = \text{imag}(\varepsilon^2(\omega)) \quad (18)$$

此外,为使构造的滤波器的频率响应是收敛的,其传递函数的极点须在左半平面,在高斯小波基频域优化逼近模型的条件中进行了限制。高斯小波基频域优化逼近的模型如式 (19) 所示,使用天牛须搜索算法求解该优化模型获得小波基有理逼近式的参数。

$$\min J(\omega) = \sum_{i=1}^L [P_{re}^2(\omega) + P_{im}^2(\omega)]$$

s. t. $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 > 0, \text{real}\{\text{roots}[D(s)]\} < 0$

$$\theta = [a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, b_0, b_1, b_2, b_3] \quad (19)$$

3.3 高斯小波基频域逼近优化模型求解结果

天牛触须初始值和步长初始值是两个非常重要的参数,需注意天牛触须初始值尽量大,保证在逼近的开始就跳出局部最优,然后随着时间步长逐渐减小最终达到需要的精度。但初始值的选择与逼近对象特点也密切相关。实验发现天牛触须初始值 $d' = 300$,触须衰减系数 $\rho_d = 0.99$,步长初始值 $\delta' = 8$,步长衰减系数 $\rho_\delta = 0.99$,贪婪概率 $P_{greedy} = 0.8$,迭代次数 $n = 2000$,每回合天牛数为 5,求解 3/5 阶高斯小波的优化方程 (19) 能取得较好的效果。此外,在算法中增加贪婪概率接受较差解,提高 BAS 全局寻优能力。由于该算法搜索过程是一个随机搜索过程,仅通过一次实验难以获得全局最优值,因此本文设置实验次数为 50 次选取最好的一组数据,其搜索过程如图 1 所示。

使用天牛须搜索算法对 3/5 阶高斯小波滤波器逼近模型进行求解,得到的 9 个最优的有理式参数如表 1 所示。

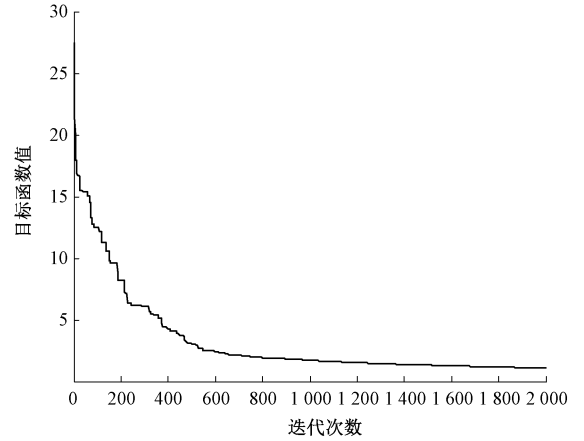


图 1 天牛须搜索算法逼近高斯小波过程

Fig. 1 BAS solving Gaussian wavelet approximation

表 1 3/5 阶高斯小波基滤波器传递函数逼近参数

Table 1 The 3/5 orders Gaussian wavelet base filter transfer function approximated parameters

	数值	数值
b_0	0.457 258 772 688 779	a_0 19.422 526 293 166 563
b_1	-31.984 449 436 998 947	a_1 39.759 846 456 361 530
b_2	3.990 595 286 694 064	a_2 31.203 650 622 080 925
b_3	-1.756 749 405 968 161	a_3 16.924 970 336 040 880
—	—	a_4 4.188 694 806 993 254

将上述逼近参数代入式 (16) 得到小波逼近有理式:

$$H(s) = \frac{-1.76s^3 + 3.432.0s^2 - 31.98s + 0.5}{s^5 + 4.2s^4 + 16.9s^3 + 31.2s^2 + 39.8s + 19.4} \quad (20)$$

本文方法与其他频域方法获得的高斯小波滤波器冲击响应及原函数的时域波形对比如图 2 所示。

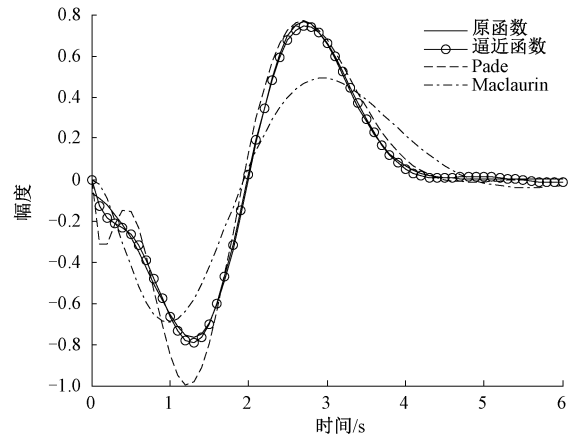


图 2 3/5 阶高斯小波基时域逼近对比

Fig. 2 Approximation comparison for the 3/5 Orders Gaussian in time domain

模拟小波滤波器不仅需要保证时域逼近的效果,还需要保证频域特性相似。故将高斯小波滤波器的频率响

应和理想频域波形在实部和虚部进行对比,分别如图 3 和 4 所示。通过频域波形对比分析,不难发现本文方法明显优于经典的 Padé 逼近法和 Maclaurin 逼近法,且非常接近原函数波形。其频域幅度谱和相位谱与原函数的对比情况如图 5 所示。图 5(a) 和 (b) 分别表示高斯小波基的幅度谱和相位谱,图 5(c) 和 (d) 分别表示使用本方法逼近的高斯小波基的幅度谱和相位谱。分析图 5 可知,本文方法可获得优秀的频域逼近效果。

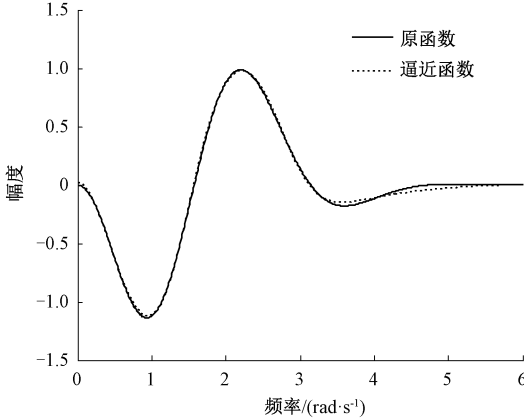


图 3 本文高斯小波基频域实部逼近效果

Fig. 3 Approximation result of real part for Gaussian wavelet filter

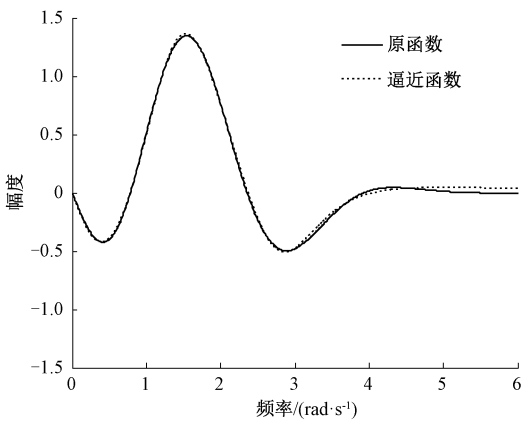


图 4 本文高斯小波基频域虚部逼近效果

Fig. 4 Approximation result of imaginary part for Gaussian wavelet filter

3.4 高斯小波基频域逼近精度分析

为了进一步评价逼近函数与原函数的相似程度,需要一个客观评价指标,因此引入误差平方和与均方误差 (mean square error, MSE) 来描述逼近的精确度。时域误差平方和与时域均方误差的计算公式分别如式 (21) 和 (22) 所示。

$$\gamma_i(\theta) = \int_0^{t_1} [h(\theta, t) - \tilde{\psi}(t)]^2 dt \quad (21)$$

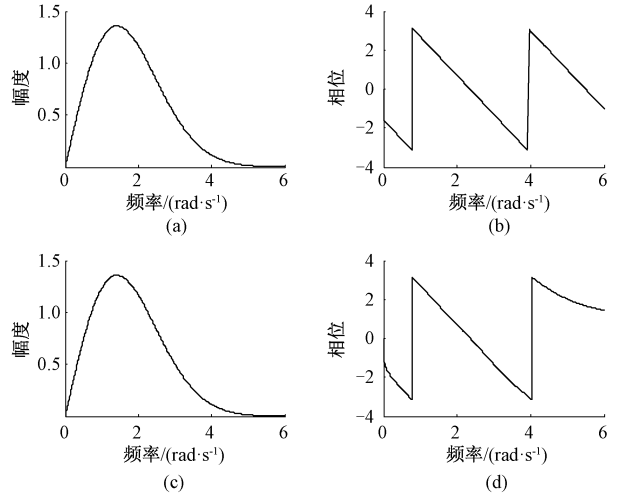


图 5 高斯小波基幅度响应和相位响应逼近效果

Fig. 5 Approximation results of amplitude response and phase response for Gaussian wavelet filter

$$MSE_{t_i}(\theta) = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} [h(\theta, t) - \tilde{\psi}(t)]^2 dt \quad (22)$$

频域误差平方和与频域均方误差的计算公式分别如式 (23) 和 (24)。

$$\gamma_\omega(\theta) = \int_0^{t_1} [abs(h(\theta, \omega) - \tilde{\psi}(t))]^2 dt \quad (23)$$

$$MSE_\omega(\theta) = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} [abs(h(\theta, t) - \tilde{\psi}(t))]^2 dt \quad (24)$$

式中: $abs()$ 是求解幅度的函数。为说明本文方法的先进性,分别采用 Padé 逼近法和 Maclaurin 级数法两种经典数值计算方法,以及序列二次型算法 (SQP) 和粒子群 (PSO) 算法两种现代优化算法,分别求解高斯小波逼近有理式参数,并进行效果对比。运行 PSO 算法时采用与本文天牛须算法相同的迭代次数和种群数量,同样实验 50 次取最优解。本文方法和上述 4 种方法求出 3/5 阶高斯小波的有理逼近式,其时域均方误差、时域误差平方和、频域均方误差和频域误差平方和等结果如表 2 所示。分析可知,本文方法逼近精度高,在时域和频域均方误差 MSE 低至 10^{-4} ,明显优于 Padé 逼近法和 Maclaurin 级数法,较 SQP 也具有较大的优势。

4 Marr 小波基逼近实例

Marr 小波是一种紧支撑的小波,常应用在各种信号处理中,经过平移和翻转后的 Marr 小波的时域表达式 $\tilde{\psi}(t)$ 和频域表达式 $\tilde{\Psi}(\omega)$ 分别如式 (25) 和 (26)。

$$\tilde{\psi}(t) = (1 - (t - t_0)^2) e^{-(t-t_0)^2/2} \quad (25)$$

$$\tilde{\Psi}(\omega) = \sqrt{2\pi} \omega^2 e^{-\omega^2/2 - j\omega t_0} \quad (26)$$

表2 不同方法逼近高斯小波基效果对比

Table 2 Comparison of effects of different approaches for Gaussian wavelet filter approximation

方法	时域误差	时域 MSE	频域误差	频域 MSE
	平方和	($\times 10^{-4}$)	平方和	($\times 10^{-4}$)
Pade	4.765 9	79	6.459 8	107
Maclaurin	12.56	209	19.89	331
SQP 算法	0.302 1	5.026 0	0.439 2	7.307 8
PSO 算法	0.864 6	14	1.248 2	21
本文	0.207 2	3.446 8	0.229 6	3.8211

根据电路的系统因果性原理,取 $t_0 = 4$, 在频域在 $[0 : 8 \text{ rad/s}]$ 上以 0.01 间隔进行采样。采用天牛须搜索算法求解 5/7 阶 Marr 小波的优化模型,相比于高斯小波具有更高维数,需要更大的步长初始值以寻找全局最优解。实验表明设置天牛触须初始值 $d' = 80$,触须衰减系数 $\rho_d = 0.99$,步长初始值 $\delta' = 14$,步长衰减系数 $\rho_\delta = 0.99$,贪婪概率 $P_{\text{greedy}} = 0.8$,迭代次数 $n = 2000$,每回合天牛数为 5 可取得较优效果。求得 5/7 阶 Marr 小波的频域有理式参数,有理表达式如式 (27) 所示。

$$H(s) = \frac{0.7s^5 - 3.4s^4 + 8.8s^3 - 14.5s^2 - 9.3s + 1.6}{s^7 + 3.8s^6 + 15s^5 + 32s^4 + 54s^3 + 59s^2 + 41s + 17} \quad (27)$$

式(27)的 5/7 阶 Marr 小波滤波器与其他频域方法的时域冲击响应及原函数的时域波形对比如图 6 所示,计算可得本文时域均方误差为 7.3462×10^{-4} 。

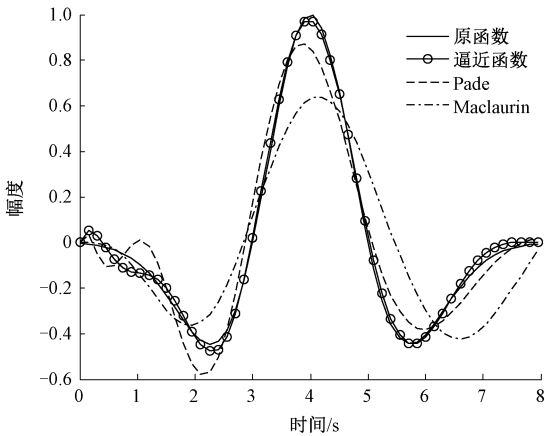


图6 5/7 阶 Marr 小波基时域逼近对比图

Fig. 6 Approximation comparison for the 5/7 orders Marr wavelet in time domain

对 Marr 小波基的频域响应和理想波形的实部和虚部进行对比,分别如图 7 和 8 所示。其幅度谱和相位谱对比情况如图 9 所示。计算可得本文方法的频域均方误差为 2.6941×10^{-3} ,频域逼近精确度也很高。

不同方法逼近 Marr 小波基效果对比如表 3 所示。

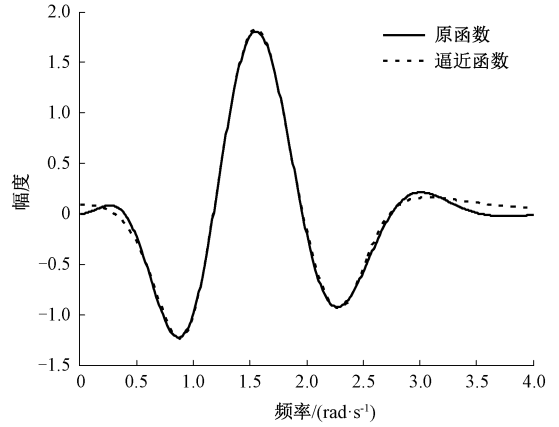


图7 本文 Marr 小波基频域实部逼近效果

Fig. 7 Approximation result of real part for Marr wavelet filter

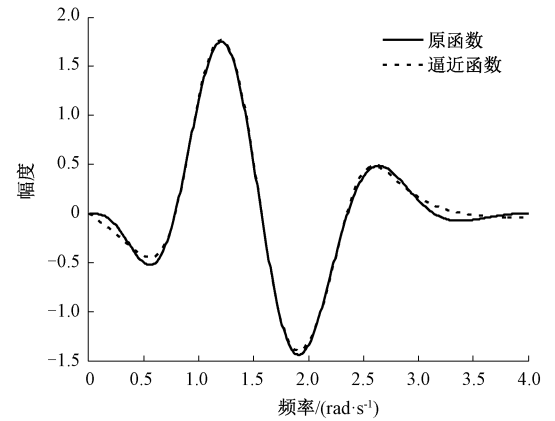


图8 本文 Marr 小波基频域虚部逼近效果

Fig. 8 Approximation result of imaginary part for Marr wavelet filter

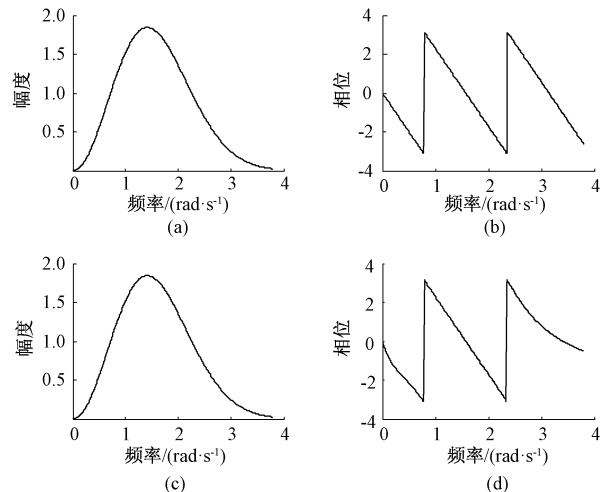


图9 5/7 阶 Marr 小波基频域逼近对比

Fig. 9 Approximation comparison for the 5/7 orders Marr wavelet filter in frequency domain

实验结果表明本文方法在频域逼近上具有逼近精度高的特点,且明显由于 Padé 逼近法、Maclaurin 级数法和粒子群算法,较 SQP 算法也具有较大的优势。

表 3 不同方法逼近 Marr 小波基效果对比

Table 3 Comparison of effects of different approaches for Marr wavelet filter approximation

方法	时域误差	时域 MSE	频域误差	频域 MSE
	平方和	($\times 10^{-4}$)	平方和	($\times 10^{-4}$)
Padé	6.752 9	84.305 3	9.650 9	241
Maclaurin	32.668 8	408	57.877 6	1 443
SQP 算法	0.914 4	11.415 5	1.540 4	38.414 1
PSO 算法	7.173 0	89.550 8	13.741 9	343
本文	0.588 4	7.346 2	1.080 3	26.941 2

5 结 论

本文提出一种基于天牛须搜索算法的模拟小波滤波器频域有理式直接构建方法。针对现有频域逼近方法的不足,设计小波函数构成部件(实部和虚部)联合的优化方程,并构造了模拟小波滤波器频域逼近优化模型,采用天牛须搜索算法求得小波滤波器的优化参数。以高斯小波滤波器和 Marr 小波滤波器构造为例进行仿真研究,实验结果表明本文方法能有效提高精度,逼近效果明显优于现有的 Padé 逼近法、Maclaurin 级数法、SQP 搜索法和粒子群算法,且能确保逼近有理式式的稳定性。本文方法丰富了实现小波函数构造途径,为进一步采用模拟电路技术实现小波变换奠定了基础。

参考文献

[1] 吴纯,王文波. 基于 Synchrosqueezing 小波变换的谐波和间谐波检测方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31(4):630-635.
WU CH, WANG W B. Harmonic and inter-harmonic detection method based on synchrosqueezing wavelet transform in power system[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2017, 31(4):630-635.

[2] 张国强,鲁昌华,李燕,等. 小波变换与改进 Kalman 在北斗/SINS 组合导航中的研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2019, 33(7):65-71.
ZHANG G Q, LU CH H, LI Y, et al. Research on wavelet transform and improved Kalman in Beidou/SINS integrated navigation[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2019, 33(7):65-71.

[3] 冯宝,张绍荣,陈业航,等. 结合小波能量和汉森形状指数的肺结节分割[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(11):240-247.
FENG B, ZHANG SH R, Chen Y H, et al. Pulmonary

nodule segmentation combining wavelet energy and Hessian shape index[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(11):240-247.

- [4] ZHAO W, MA L, ZHANG Y, et al. Realization of analog wavelet filter using hybrid genetic algorithm for on-line epileptic event detection[J]. IEEE Access, 2020(8):33137-33150.
- [5] ZHAO W, MA L, ZHANG Y, et al. Design of Gm-C wavelet filter for on-line epileptic EEG detection[J]. ICE Electronics Express, 2019 DOI: 10.1587/elex.16.20190560.
- [6] 辛玉,李舜酩,王金瑞,等. 基于迭代经验小波变换的齿轮故障诊断方法[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(11):79-86.
XIN Y, LI SH M, WANG J R, et al. Gear fault diagnosis method based on iterative empirical wavelet transform[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(11):79-86.
- [7] 齐扬阳,于森,关志强. 基于小波降噪和盲源分离的跳频通信抗干扰方法研究[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2015, 35(1):76-82.
QI Y Y, YU M, GUAN ZH Q. Anti-jamming method for frequency hopping communication based on BSS and wavelet denoising[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2015, 35(1):76-82.
- [8] MORLET J, ARENS G, FOURGEAU E, et al. Wave propagation and sampling theory—Part II: Sampling theory and complex waves[J]. Geophysics, 1982, 47(2):222-236.
- [9] HADDAD S A P, SERDIJN W A. Ultra Low-Power Biomedical Signal Processing: An Analog Wavelet Filter Approach for Pacemakers[M]. Berlin:Springer, 2009.
- [10] 童耀南,何怡刚,龙英. 基于 IIR 数字网络的开关电流电路小波变换方法[J]. 微电子学, 2016, 46(3):369-374.
TONG Y N, HE Y G, LONG Y. A method for wavelet transform using switched-current circuits based on IIR digital network theory[J]. Microelectronics, 2016, 46(3):369-374.
- [11] 曾靖,李文,李宏民. 基于模拟退火算法的连续时间系统的时域综合[J]. 电子测量与仪器学报, 2019, 33(12):183-189.
ZENG J, LI W, LI H M. Time-domain synthesis of continuous-time systems based on particle swarm optimization. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(12):183-189.
- [12] 谢喜云,李宏民,李文,等. 基于混合蚁群算法的小

- 波逼近 [J]. 计算机应用与软件, 2018, 35(10): 258-262.
- XIE X Y, LI H M, LI W, et al. Wavelet approximation based on hybrid colony algorithm [J]. Computer Applications and Software, 2018, 35(10):252-257.
- [13] HADDAD S A P, JOEL M H, PEETERS R L M, et al. Analog complex wavelet filters [C]. IEEE ISCAS, 2005: 3287-3290.
- [14] 童耀南, 何怡刚, 李宏民, 等. 频域逼近优化的开关电流电路小波变换方法 [J]. 电子测量与仪器学报, 2014, 28(3):42-51.
- TONG Y N, HE Y G, LI H M, et al. Method for wavelet transformation using switched-current circuit with approximation optimization in frequency domain. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2014, 28(3):42-51.
- [15] JIANG X Y, LI S. BAS: Beetle antennae search algorithm for optimization problems [J]. International Journal of Robotics & Control, 2018, 1(1):1-5.
- [16] 卢光辉, 滕欢, 廖寒逊, 等. 基于改进天牛须搜索算法的分布式电源选址定容 [J]. 电测与仪表, 2019, 56(17):6-12.
- LU G H, TENG H, LIAO H X. Location and sizing of distributee generation planning basep on the improvep beetle antennae searchk algorithm [J]. Electrical Measurement Instrumentation, 2019, 56(17):6-12.
- [17] 韩阳, 杨爱民, 张玉柱. 一种球团原料最佳配比的

BAS 智能推荐模型 [J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(9):246-254.

HAN Y, YANG AI M, ZHANG Y ZH, BAS intelligent recommendation model for optimumproportion of pellet raw materials [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(9):246-254.

作者简介



童耀南, 2014 年于湖南大学获得博士学位, 现为湖南理工学院副教授, 目前主要研究方向为小波分析与实时信号处理、开关电流电路设计等。

E-mail: tongyaon@hnist.edu.cn

Tong Yaonan received his Ph. D. degree from Hunan University in 2014. Now he is an associate professor at Hunan Institute of Science and Technology. His main research interest include wavelet analysis and real-time signal processing, switching-current circuits design.



曹鹂晨, 2019 年于湖南理工学院获得学士学位, 现为湖南理工学院硕士研究生, 主要研究方向为小波滤波器研究、开关电流电路设计等。

E-mail: clchnist@163.com

Cao Lichen received her B. Sc. degree from Hunan Institute of Science and Technology in 2019. Now she is a M. Sc. candidate at Hunan Institute of Science and Technology. Her main research interest include wavelet filter research, switching-current circuits design.