

DOI: 10.13382/j.jemi.B2003055

二对一主动防御的最优协同制导算法研究*

刘 博 王小平 常怡鹏 陈 勇 周 问 王文华

(空军工程大学 航空工程学院 西安 710038)

摘要:针对防御导弹拦截攻击导弹的空战场景,提出了一种二对一主动防御的最优协同制导算法,该算法在传统一对一最优制导算法的基础上,加入了第二枚防御导弹对高价值目标飞行器进行保护,并对二对一作战模式下最优协同制导律进行推导。仿真结果表明,与比例导引(PN)制导律相比,通过引入最小化相对末端截距角偏差量优化指标,将两枚防御导弹相对距离保持在一个很小的范围,达到了很好的协同拦截效果,并使防御导弹控制能量消耗减小,从而验证了最优协同制导律的有效性和优越性。

关键词:主动防御;协同制导;最优协同制导律;相对末端截距角

中图分类号: TJ765.3 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 590.2010

Optimal cooperative guidance algorithm for two-on-one active defense

Liu Bo Wang Xiaoping Chang Yipeng Chen Yong Zhou Wen Wang Wenhua

(Aeronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Aiming at the air combat scenario where the defensive missile intercepts the attacking missile, this paper proposes an optimal cooperative guidance algorithm with two-to-one active defense. This algorithm adds a second defensive missile pair on the basis of the traditional one-to-one optimal guidance algorithm protect high-value target aircraft, and derive the optimal cooperative guidance law in two-to-one combat mode. The simulation results show that compared with the proportional guidance (PN) guidance law, by introducing an optimization index that minimizes the deviation of the relative end intercept angle, the relative distance between the two defensive missiles is kept within a very small range, which achieves a very good effect of coordinated interception, it reduces the energy consumption of defense missile control, thereby verifies the effectiveness and superiority of the optimal coordinated guidance rate.

Keywords: active defense; cooperative guidance; optimal cooperative guidance law; relative end intercept angle

0 引言

主动防御^[1]是指攻击导弹对目标机发起攻击时,通过发射一枚或多枚防御导弹对来袭攻击导弹实施拦截;同时利用目标机与防御导弹战场信息共享、战术动作协同,能够有效解决对攻击导弹的拦截问题。随着当前作战环境的复杂化,主动防御的思想在近十几年得到深入研究并日渐成熟。

在主动防御制导律方面,传统的比例制导律已无法满足对敌方攻击导弹的高效拦截,国内外学者提出了最

优预测制导、微分对策制导和基于滑模控制^[2]等多种先进制导律。文献[3]将迭代计算和经典制导律相结合,基于预测指导思想,在对拦截点进行实时预测的基础上,设计主动防御的最优预测协同制导律,对虚拟目标实时追踪,提高了拦截效能。郭志强等^[4]在微分对策制导算法上,基于一种范数型的性能指标,对最优制导策略进行了设计和分析,给出了飞行器的最小逃逸机动条件和防御导弹的最小拦截机动条件。文献[5]采用多模型滤波器对制导参数进行辨识,获取导弹运动信息,在此基础上设计了3种基于滑模控制方法的制导律,通过仿真测试取得了较好效果。

收稿日期:2020-04-06 Received Date: 2020-04-06

* 基金项目:陕西省自然科学基金(2019JQ-711)资助项目

在研究防御导弹控制能量和脱靶量方面, Fang 等^[6]针对飞机主动防御问题, 提出了基于平方根卡尔曼滤波的静态多模型滤波器, 得出针对目标机和防御导弹的模型匹配的自适应合作制导律, 增加了防御导弹成功保护目标机的可能性, 并以较少的控制能量拦截攻击导弹。Zou 等^[7]提出了主动防御非奇异终端滑模合作制导律, 将防御导弹制导过程分为 2 个阶段, 在第 1 阶段设计基于视线(LOS)的制导法, 在第 2 阶段提出基于 LOS 角速度清零策略的制导律, 明显降低防御导弹所需的机动性和控制能量。Kumar 等^[8]基于非线性模型得出主动防御的最优合作制导律, 并采用零控脱靶速度指标来减小时间估计误差带来的脱靶量。杜宗霖等^[9]采用零控脱靶量对三体运动模型进行降阶, 基于极小值原理设计了最优协同制导律, 使机动性较弱的防御导弹能够在保证目标机安全前提下拦截攻击导弹。

上述文献都是一对一情况下的制导算法研究, 针对一对一制导策略的拦截效果不如多弹协同制导策略的情况, 文献[10]基于微分对策理论, 将二对一末端制导问题建模为“追踪-逃逸”对策模型, 通过验证, 制导律性能具有很好的鲁棒性。文献[11]基于最优协同制导律, 利用导弹的横向动力学和相对运动学的非线性, 在导弹之间施加相对拦截角, 在二维平面进行仿真, 验证了协同制导律的性能。文献[12]基于最优控制理论, 针对具有任意阶线性动力学的 2 个导弹推导协同制导律, 以反馈形式导出闭式最优合作制导律, 通过分析, 其性能优于比例引导(PN)和 OGL 等非合作制导律。

为进一步提高防御导弹拦截攻击导弹的有效性, 本文提出一种二对一主动防御的最优协同制导算法。采用两枚防御导弹同时协同进行防御, 综合考虑拦截脱靶量、控制量和相对末端截距角偏离量等优化指标, 根据最优优化条件, 推导出二维平面内双防御导弹最优协同主动防御制导律, 最后验证了算法的有效性。

1 攻击导弹—目标运动方程

在二维坐标系下建立攻击导弹、目标机的相对运动学关系, 如图 1 所示。

为简化分析, 假设攻击导弹和目标机在运动过程中可视为质点且速度保持不变, 并忽略地球引力对导弹的影响。

由图 1 可得, 目标机与攻击导弹在视线上和垂直于视线上的相对速度分别为:

$$V_{rMT} = -V_M \cos(\gamma_M + \lambda_{MT}) - V_T \cos(\gamma_T - \lambda_{MT}) \quad (1)$$

$$V_{\perp MT} = -V_M \sin(\gamma_M + \lambda_{MT}) - V_T \sin(\gamma_T - \lambda_{MT}) \quad (2)$$

由式(1)、(2)可得目标机与攻击导弹之间的相对运动学方程:

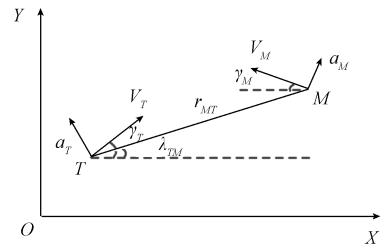


图 1 二维攻击导弹-目标机相对运动关系

Fig. 1 Relative motion relationship between two-dimensional attack missile and target aircraft

$$\begin{cases} \dot{r}_{MT} = V_{rMT} \\ \dot{\lambda}_{MT} = \frac{V_{\perp MT}}{r_{MT}} \end{cases} \quad (3)$$

定义加速度分量与控制量分量关系如下:

$$\dot{a}_{MN} = \frac{u_{MN} - a_{MN}}{\tau_M} \quad (4)$$

式中: τ_M 为攻击导弹 M 的时间常数。

PN 制导律与 APN 制导律的基本结构相同, 可表示为:

$$u_{MN} = \frac{N_i Z_i}{t_{go}^2}, i \in \{PN, APN, OGL\} \quad (5)$$

式中: N_i 表示导弹的导航系数; Z_i 表示零控脱靶量; t_{go} 表示导弹的剩余飞行时间。

当采用 PN 制导律时, N_{PN} 在 3~5, 零控脱靶量为:

$$Z_{PN} = y_{MT} + \dot{y}_{MT} t_{go} \quad (6)$$

当采用 APN 制导律时, N_{APN} 在 3~5, 零控脱靶量为:

$$Z_{APN} = y_{MT} + \dot{y}_{MT} t_{go} + \frac{1}{2} a_{TN} t_{go}^2 \quad (7)$$

2 四体问题数学模型

攻击导弹 M, 攻击目标飞行器; 拦截导弹 D1, 拦截攻击导弹; 拦截导弹 D2, 拦截攻击导弹; 目标飞行器 T, 促进拦截导弹成功摧毁攻击导弹, 同时规避攻击导弹的攻击。四体问题可分为 3 组追逃问题, 即 $M \rightarrow T$, $D1 \rightarrow M$, $D2 \rightarrow M$, 目标飞行器 T、防御弹 D1、防御弹 D2、攻击导弹 M 组成的四体攻防对抗模型如图 2 所示。

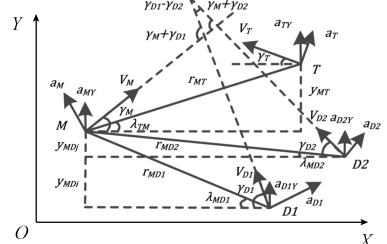


图 2 M-D1-D2-T 平面几何关系

Fig. 2 M-D1-D2-T plane geometric relationship

图 2 中, X 轴是 $M \rightarrow T$ 的初始视线, $x_i (i = M, D1, D2, M)$ 、 $y_i (i = M, D1, D2, M)$ 分别为 X 、 Y 轴方向的坐标, $v_i (i = M, D1, D2, M)$ 、 $a_i (i = M, D1, D2, M)$ 分别为各飞行器的速度和加速度矢量, 加速度方向和速度方向垂直, 所以各飞行器的速度大小保持不变, $\gamma_i (i = M, D1, D2, M)$ 为各飞行器的航向角, $a_{iy} (i = M, D1, D2, M)$ 为各飞行器加速度矢量沿 Y 轴的分量。 λ_{TM} 、 λ_{MD1} 、 λ_{MD2} 分别为 $M \rightarrow T$ 、 $D1 \rightarrow M$ 、 $D2 \rightarrow M$ 的视线路, r_{MT} 、 r_{MD1} 、 r_{MD2} 分别为 $M \rightarrow T$ 、 $D1 \rightarrow M$ 、 $D2 \rightarrow M$ 的相对距离, y_{MT} 、 y_{MD1} 、 y_{MD2} 分别为 r_{MT} 、 r_{MD1} 、 λ_{MD2} 沿 Y 轴的分量。

目标机、攻击导弹、防御导弹 1、防御导弹 2, 均采用如下的模型统一描述:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_{iy}, & i = \{M, T, D1, D2\} \\ a_{iy} = C_i x_i + d_i u_{iy}, & i = \{M, T, D2, D2\} \end{cases} \quad (8)$$

式中: $x_i \in R^{n_i}$ 为状态变量, $u_i = u_{iy}/\cos\gamma_i$ 为控制器, $|u_i| < u_i^{max}$ 。 设 $a_{is} = C_i x_i$, 假设存在理想动态 ($a_{is} = 0$), 则 $a_{iy} = d_i u_{iy}$, $A_i = B_i = C_i = 0$; 假设存在一阶动态 (时间常量 τ_i), 则 $A_i = -1/\tau_i$, $B_i = -1/\tau_i$, $C_i = 1$, $d_i = 0$, 即 $x_i = a_{iy}$ 。

定义四体攻防对抗的状态方程为:

$$\dot{x} = [y_{MT} \dot{y}_{MT} \mathbf{x}_M^T \mathbf{x}_T^T y_{MD1} \dot{y}_{MD1} \gamma_M + \gamma_{D1} \mathbf{x}_{D1}^T y_{MD2} \dot{y}_{MD2} \gamma_M + \gamma_{D2} \mathbf{x}_{D2}^T]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_{MT} \quad \mathbf{x}_{MD1} \quad \mathbf{x}_{MD2}] \in R^{n_M+n_T+n_{D1}+n_{D2}+6}$$

式中: $\mathbf{x}_{MT} = [y_{MT} \dot{y}_{MT} \quad \mathbf{x}_M^T \mathbf{x}_T^T]^T$; $\mathbf{x}_{MD1} = [y_{MD1} \dot{y}_{MD1} \gamma_M + \gamma_{D1} \mathbf{x}_{D1}^T]^T$; $\mathbf{x}_{MD2} = [y_{MD2} \dot{y}_{MD2} \gamma_M + \gamma_{D2} \mathbf{x}_{D2}^T]^T$ 。

对式(9)求导可得:

$$\dot{x} = \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_{TY} - a_{MY} \\ \dot{x}_M = A_M x_M + B_M u_{MY} \\ \dot{x}_T = A_T x_T + B_T u_{TY} \\ \dot{x}_{n_M+n_T+3} = x_{n_M+n_T+4} \\ \dot{x}_{n_M+n_T+4} = a_{MY} - a_{D1Y} \\ \dot{x}_{n_M+n_T+5} = a_{M0}/(V_M \cos\gamma_M) + a_{D10}/(V_{D1} \cos\gamma_{D1}) \\ \dot{x}_{D1} = A_{D1} x_{D1} + B_{D1} u_{D1Y} \\ \dot{x}_{n_M+n_T+n_{D1}+6} = x_{n_M+n_T+n_{D1}+6} \\ \dot{x}_{n_M+n_T+n_{D1}+7} = a_{MY} - a_{D2Y} \\ \dot{x}_{n_M+n_T+n_{D1}+8} = a_{M0}/(V_M \cos\gamma_M) + a_{D20}/(V_{D2} \cos\gamma_{D2}) \\ \dot{x}_{D2} = A_{D2} x_{D2} + B_{D2} u_{D2Y} \end{cases} \quad (10)$$

式中: x_1 、 $x_{n_M+n_T+3}$ 和 $x_{n_M+n_T+n_{D1}+5}$ 为垂直于 LOS_0 的相对位置; x_2 、 $x_{n_M+n_T+4}$ 和 $x_{n_M+n_T+n_{D1}+6}$ 为侧向速度, 其导数为侧向

加速度。

双向合作的自适应协同制导策略为:

$$\dot{\mathbf{x}} = A_{PE} \mathbf{x} + B_{T_{PE}} u_{TY} + B_{D1_{PE}} u_{D1Y} + B_{D2_{PE}} u_{D2Y} \quad (11)$$

式中:

$$A_{M_{T_{PE}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -d_M K_1 & -d_M K_2 & -(C_M + d_M K_M) & C_T - d_M K_T \\ B_M K_1 & B_M K_2 & A_M + B_M K_M & B_M K_T \\ 0 & 0 & 0 & A_T \end{bmatrix}$$

$$A_{11_{PE}} = A_{21_{PE}} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_M K_1 & d_M K_2 & C_M + d_M K_M & d_M K_T \\ d_M K_1 & d_M K_2 & C_M + d_M K_M & d_M K_T \\ \frac{V_M \cos\gamma_M}{V_M \cos\gamma_M} & \frac{V_M \cos\gamma_M}{V_M \cos\gamma_M} & \frac{C_M + d_M K_M}{V_M \cos\gamma_M} & \frac{d_M K_T}{V_M \cos\gamma_M} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{T_{PE}} = \begin{bmatrix} B_{MT} + C_{MT} K_{uT} \\ C_{MD1} K_{uT} \\ C_{MD2} K_{uT} \end{bmatrix}, B_{D1_{PE}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n_M+n_T+2) \times 1} \\ B_{MD1} \\ \mathbf{0}_{(n_{D2}+3) \times 1} \end{bmatrix}$$

$$B_{D2_{PE}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n_M+n_T+n_{D1}+5) \times 1} \\ B_{MD2} \end{bmatrix}$$

设 $r_{MT}(0)$ 和 $r_{MDk}(0)$ 为初始距离, 假设攻击导弹速度 V_{MT} 和拦截导弹速度 V_{MDk} 为常值。 攻击/拦截时间近似为 $t_{MT} = r_{MT}(0)/V_{MT}$ 和 $t_{MD1} = r_{MD1}(0)/V_{MD1}$, $t_{MD2} = r_{MD2}(0)/V_{MD2}$, $t_{MD} = \max(t_{MD1}, t_{MD2})$ 。 拦截时间间隔为 $\Delta t_1 = t_{MT} - t_{MD1}$, $\Delta t_2 = t_{MT} - t_{MD2}$ 。 若拦截任务成功则 $\Delta t_1 > 0$, $\Delta t_2 > 0$, 拦截任务剩余时间和为 $t_{goMD1} = t_{MD1} - t$, $t_{goMD2} = t_{MD2} - t$, 拦截任务实际剩余时间为 $t_{go1} = t_{goMD1}$, $t_{go2} = t_{goMD2}$ 。 攻击任务实际剩余时间为 $t_{goMT} = t_{go1} + \Delta t_1 = t_{go2} + \Delta t_2$ 。

3 最优协同制导算法

根据上述状态方程设计最优协同制导律。 双拦截导弹协同制导拦截攻击导弹时, 须考虑 3 个问题: 1) 每个拦截导弹与攻击导弹的脱靶量最小; 2) 拦截导弹 $D1$ 与拦截导弹 $D2$ 执行任务中, 相对末端截距角的偏离最小; 3) 总控制能量最小, 因此构造如下目标函数。

Minimize

$$J = \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2} \alpha_k \gamma_{MDk}^2 (t_{MDk}) + \frac{1}{2} \rho_1 (\gamma_{D1}(t_{MD1}) - \gamma_{D2}(t_{MD1}) - \Delta_{c1})^2 + \frac{1}{2} \rho_2 (\gamma_{D2}(t_{MD2}) - \gamma_{D1}(t_{MD2}) - \Delta_{c2})^2 + \int_0^{t_{MD1}} \frac{1}{2} \beta_1 u_{D1Y}^2 dt + \int_0^{t_{MD2}} \frac{1}{2} \beta_2 u_{D2Y}^2 dt + \int_0^{t_{MD}} \frac{1}{2} u_{TY}^2 dt$$

$$\text{Subject to } \dot{x} = \mathbf{A}_{PE}x + \mathbf{B}_{T_{PE}}u_{TY} + \mathbf{B}_{D1_{PE}}u_{D1Y} + \mathbf{B}_{D2_{PE}}u_{D2Y} \quad (12)$$

式中: $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \rho$ 非负; Δ_c 为预定的相对截距角。

采用终端投影法对系统进行降阶处理,引入零控脱靶量,令:

$$\begin{aligned} Z_{MD1}(t) &= \mathbf{D}_1 \Phi(t_{MD1}, t) \mathbf{x}(t), \\ \mathbf{D}_1 &= [\mathbf{0}_{1 \times (2+n_M+n_T)} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{0}_{1 \times (n_{D1}+n_{D2}+5)}] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Z_{MD1\gamma}(t) &= \mathbf{D}_{1\gamma} \Phi(t_{MD1}, t) \mathbf{x}(t), \\ \mathbf{D}_{1\gamma} &= [\mathbf{0}_{1 \times (4+n_M+n_T)} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{0}_{1 \times (n_{D1}+n_{D2}+3)}] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} Z_{MD2}(t) &= \mathbf{D}_2 \Phi(t_{MD2}, t) \mathbf{x}(t), \\ \mathbf{D}_2 &= [\mathbf{0}_{1 \times (5+n_M+n_T+n_{D1})} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{0}_{1 \times (n_{D2}+2)}] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} Z_{MD2\gamma}(t) &= \mathbf{D}_{2\gamma} \Phi(t_{MD2}, t) \mathbf{x}(t), \\ \mathbf{D}_{2\gamma} &= [\mathbf{0}_{1 \times (7+n_M+n_T+n_{D1})} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{0}_{1 \times n_{D2}}] \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\Phi(t_{MD1}, t), \Phi(t_{MD2}, t)$ 为式(11)的状态转移矩阵,对式(13)~(16)进行求导可得^[13]:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{MD1}(t) &= \tilde{B}_T(t_{MD1}, t)u_{TY} + \tilde{B}_{D1}(t_{MD1}, t)u_{D1Y} + \\ &\tilde{B}_{D2}(t_{MD1}, t)u_{D2Y} \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $\tilde{B}_T(t_{MD1}, t) = \mathbf{D}_1 \Phi(t_{MD1}, t) \mathbf{B}_{T_{PE}}, \tilde{B}_{D1}(t_{MD1}, t)u_{D1Y} = \mathbf{D}_1 \Phi(t_{MD1}, t) \mathbf{B}_{D1_{PE}}u_{D1Y}, \tilde{B}_{D2}(t_{MD1}, t)u_{D2Y} = \mathbf{D}_1 \Phi(t_{MD1}, t) \mathbf{B}_{D2_{PE}}u_{D2Y}$ 。同理:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{MD1\gamma}(t) &= \tilde{B}_T^\gamma(t_{MD1}, t)u_{TY} + \tilde{B}_{D1}^\gamma(t_{MD1}, t)u_{D1Y} + \\ &\tilde{B}_{D2}^\gamma(t_{MD1}, t)u_{D2Y} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{MD2}(t) &= \tilde{B}_T(t_{MD2}, t)u_{TY} + \tilde{B}_{D1}(t_{MD2}, t)u_{D1Y} + \\ &\tilde{B}_{D2}(t_{MD2}, t)u_{D2Y} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{MD2\gamma}(t) &= \tilde{B}_T^\gamma(t_{MD2}, t)u_{TY} + \tilde{B}_{D1}^\gamma(t_{MD2}, t)u_{D1Y} + \\ &\tilde{B}_{D2}^\gamma(t_{MD2}, t)u_{D2Y} \end{aligned} \quad (20)$$

将优化问题改写为:

Minimize

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \alpha_1 Z_{MD1}^2(t_{MD1}) + \frac{1}{2} \alpha_2 Z_{MD2}^2(t_{MD2}) + \\ &\frac{1}{2} \rho_1 (Z_{MD1\gamma}(t_{MD1}) - Z_{MD2\gamma}(t_{MD1}) - \Delta_{c1})^2 + \\ &\frac{1}{2} \rho_2 (Z_{MD2\gamma}(t_{MD2}) - Z_{MD1\gamma}(t_{MD2}) - \Delta_{c2})^2 + \\ &\int_0^{t_{MD1}} \frac{1}{2} \beta_1 u_{D1Y}^2 dt + \int_0^{t_{MD}} \frac{1}{2} \beta_2 u_{D2Y}^2 dt + \int_0^{t_{MD}} \frac{1}{2} u_{TY}^2 dt \end{aligned} \quad (21)$$

Subject to

$$\begin{cases} \dot{Z}_{MD1}(t) = \tilde{B}_T(t_{MD1}, t)u_{TY} + \tilde{B}_{D1}(t_{MD1}, t)u_{D1Y} + \\ \tilde{B}_{D2}(t_{MD1}, t)u_{D2Y} \\ \dot{Z}_{MD1\gamma}(t) = \tilde{B}_T^\gamma(t_{MD1}, t)u_{TY} + \tilde{B}_{D1}^\gamma(t_{MD1}, t)u_{D1Y} + \\ \tilde{B}_{D2}^\gamma(t_{MD1}, t)u_{D2Y} \\ \dot{Z}_{MD2}(t) = \tilde{B}_T(t_{MD2}, t)u_{TY} + \tilde{B}_{D1}(t_{MD2}, t)u_{D1Y} + \\ \tilde{B}_{D2}(t_{MD2}, t)u_{D2Y} \\ \dot{Z}_{MD2\gamma}(t) = \tilde{B}_T^\gamma(t_{MD2}, t)u_{TY} + \tilde{B}_{D1}^\gamma(t_{MD2}, t)u_{D1Y} + \\ \tilde{B}_{D2}^\gamma(t_{MD2}, t)u_{D2Y} \end{cases} \quad (22)$$

其中,约束条件为双向合作的自适应协同制导策略,因非显示表达问题,通过求解系统状态转移,采用终端投影法将其转换成标准最优二次型问题^[14]。

采用最优控制理论设计该系统的最优控制器,构造哈密顿函数(Hamiltonion)^[15]:

$$\begin{aligned} H &= \int_0^{t_{MD}} \frac{1}{2} u_{TY}^2 dt + \int_0^{t_{MD1}} [\frac{1}{2} \beta_1 u_{D1Y}^2 + \lambda_{Z_{MD1}}(t) \cdot (\tilde{B}_T(t_{MD1}, t)u_{TY} + \\ &\tilde{B}_{D1}(t_{MD1}, t)u_{D1Y} + \tilde{B}_{D2}(t_{MD1}, t)u_{D2Y}) + \lambda_{Z_{MD1\gamma}}(t) (\tilde{B}_T^\gamma(t_{MD1}, t)u_{TY} + \\ &\tilde{B}_{D1}^\gamma(t_{MD1}, t)u_{D1Y} + \tilde{B}_{D2}^\gamma(t_{MD1}, t)u_{D2Y})] dt + \int_0^{t_{MD2}} [\frac{1}{2} \beta_2 u_{D2Y}^2 + \\ &\lambda_{Z_{MD2}}(t) (\tilde{B}_T(t_{MD2}, t)u_{TY} + \tilde{B}_{D1}(t_{MD2}, t)u_{D1Y} + \tilde{B}_{D2}(t_{MD2}, t)u_{D2Y}) + \\ &\lambda_{Z_{MD2\gamma}}(t) (\tilde{B}_T^\gamma(t_{MD2}, t)u_{TY} + \tilde{B}_{D1}^\gamma(t_{MD2}, t)u_{D1Y} + \tilde{B}_{D2}^\gamma(t_{MD2}, t)u_{D2Y})] dt \end{aligned} \quad (23)$$

由伴随方程和横截条件得:

$$\begin{cases} \lambda_{Z_{MD1}}(t_{MD1}) = \alpha_1 Z_{MD1}(t_{MD1}) \\ \lambda_{Z_{MD2}}(t_{MD2}) = \alpha_2 Z_{MD2}(t_{MD2}) \\ \lambda_{Z_{MD1\gamma}}(t_{MD1}) = \rho_1 (Z_{MD1\gamma}(t_{MD1}) - Z_{MD2\gamma}(t_{MD1}) - \Delta_{c1}) \\ \lambda_{Z_{MD2\gamma}}(t_{MD2}) = \rho_2 (Z_{MD2\gamma}(t_{MD2}) - Z_{MD1\gamma}(t_{MD2}) - \Delta_{c2}) \end{cases} \quad (24)$$

由耦合方程可得最优制导律为:

$$\begin{cases} u_{D1Y}^* = \arg_{u_{D1}} \min H \\ u_{D2Y}^* = \arg_{u_{D2}} \min H \\ u_{TY}^* = \arg_{u_T} \min H \end{cases} \quad (25)$$

通过求解偏微分方程,可以得到最优制导律的具体表达式:

$$u_{TY} = - [\lambda_{z_{MD1}}(t) \tilde{B}_T(t_{MD1}, t) + \lambda_{z_{MD1\gamma}}(t) \tilde{B}_T^{\gamma}(t_{MD2}, t) + \lambda_{z_{MD2\gamma}}(t) \tilde{B}_T(t_{MD2}, t)]$$

$$u_{D1Y}^* = - \frac{1}{\beta_1} [\lambda_{z_{MD1}}(t) \tilde{B}_{D1}^{\gamma}(t_{MD1}, t) + \lambda_{z_{MD1\gamma}}(t) \tilde{B}_{D1}(t_{MD1}, t) + \lambda_{z_{MD2}}(t) \tilde{B}_{D2}^{\gamma}(t_{MD1}, t) + \lambda_{z_{MD2\gamma}}(t) \tilde{B}_{D2}(t_{MD1}, t)]$$

$$u_{D2Y}^* = - \frac{1}{\beta_2} [\lambda_{z_{MD1}}(t) \tilde{B}_{D1}^{\gamma}(t_{MD2}, t) + \lambda_{z_{MD1\gamma}}(t) \tilde{B}_{D1}(t_{MD2}, t) + \lambda_{z_{MD2}}(t) \tilde{B}_{D2}^{\gamma}(t_{MD2}, t) + \lambda_{z_{MD2\gamma}}(t) \tilde{B}_{D2}(t_{MD2}, t)]$$

4 仿真分析

为验证本文设计的二对一主动防御最优协同制导算法的有效性,以飞机、防御导弹作为主动防御策略的实施主体,进行 2 组仿真实验,分析其拦截效能。第 1 组中,防御导弹采用最优协同制导律;第 2 组中,防御导弹采取 PN 制导律,导航系数 $N=3$ 。仿真条件如表 1 所示,进行仿真。

表 1 目标机、防御导弹 1、防御导弹 2、攻击导弹初始状态

Table 1 Initial state of target aircraft, defensive missile 1, defensive missile 2, attack missile

飞行器	x/m	y/m	$\gamma/(\circ)$	$V/(m \cdot s^{-1})$	T/s
T	6 000	0	10	300	0.8
M	0	0	30	600	0.1
D1	6 000	0	20	500	0.2
D2	6 100	0	20	500	0.2

实验 1 防御导弹采用最优协同制导律,仿真结果如图 3~5 所示。

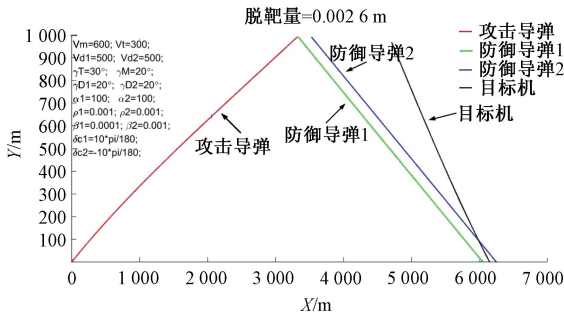


图 3 飞行器的运动轨迹

Fig. 3 The trajectory of the aircraft

由图 3 可知,当防御导弹 1 击中攻击导弹时,由于相对截距角的存在,防御导弹 2 和 1 之间的相对距离保持一个很小的范围,这使得任意一枚防御导弹时刻处于能够拦截攻击导弹的合适状态。由图 4 可知,防御导弹 1、2 的控制能量均能限定在很小范围内,证明该算法具有较

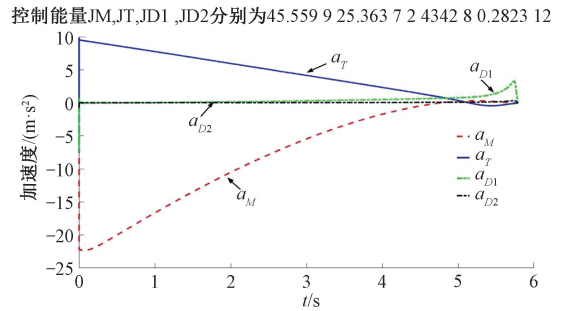


图 4 飞行器的加速度及控制能量

Fig. 4 Aircraft acceleration and control energy

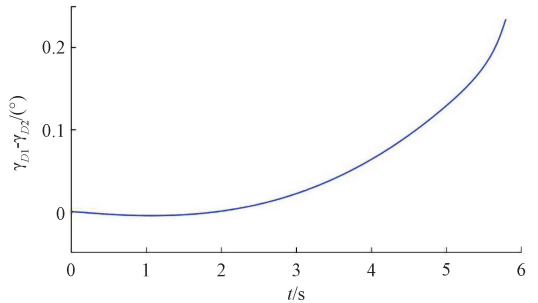


图 5 航向角差值与相对截距角

Fig. 5 Heading angle difference and relative intercept angle

好的优化性能。由图 5 可知,此时 $|\gamma_{D1} - \gamma_{D2}| \leq 0.2^\circ$,这也证明了最小化相对截距角的偏离的合理性。

实验 2 防御导弹采用 PN 制导律,仿真结果如图 6、7 所示。

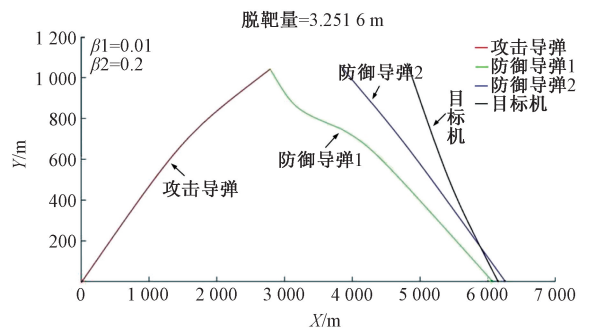


图 6 飞行器的运动轨迹

Fig. 6 The trajectory of the aircraft

分析图 6 可知,采用 PN 制导律,导弹的脱靶量增大,并且防御导弹 1 和 2 之间的相对距离增大,意味着两枚导弹之间没有达到很好的协同拦截效果,若防御导弹 1 拦截失败,会导致防御导弹 2 无法处于合适的状态而拦截失败。从防御导弹的拦截轨迹来看,防御导弹 1 的控制能量消耗较采用最优协同制导律会大幅增加,这一点在图 7 中得到验证,虽然攻击导弹的控制能量稍微减

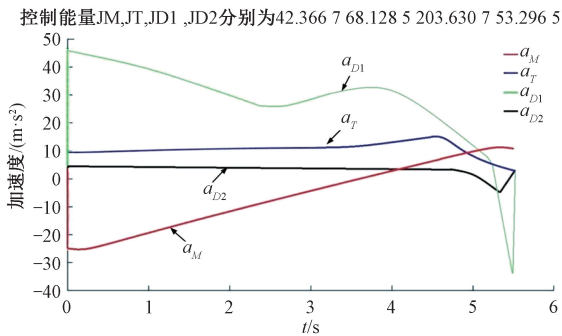


图7 飞行器的加速度及控制能量

Fig. 7 Aircraft acceleration and control energy

小,但总控制能量是增大的。

4 结论

本文在主动防御作战模式研究的基础上,分析了二维下单枚防御导弹一对一主动防御存在的局限性,提出一种二对一主动防御最优协同制导律。结合最优控制理论,建立攻击导弹、防御导弹和目标机的主动防御系统运动方程。综合考虑拦截脱靶量、相对末端截距角偏离量和控制能量等优化指标,将主动防御制导律设计问题转化为最优控制问题。考虑到最优指标与系统状态非显示表达问题,引入并求解系统状态转移,采用终端投影方法,将其转化为标准最优二次型问题,最后通过拉格朗日乘子法,构造增广泛函和哈密顿函数,根据最优化条件,推导出二对一主动防御下的最优协同制导律。通过仿真,与比例制导律相比,通过引入最小化相对末端截距角偏离量指标,将防御导弹之间的相对距离保持一个很小的范围,达到很好的协同拦截效果,并使总控制能量消耗减小,验证了最优协同制导律的有效性和优越性。

参考文献

- [1] WANG X, WANG L, LIN Q, et al. A study of aircraft-defense missile cooperative active defense technology [C]. Guidance, Navigation & Control Conference, IEEE, 2016:1922-1927.
- [2] 王永俊,贾建芳. 航天器自适应滑模变结构姿态控制[J]. 电子测量与仪器学报,2019,33(9):9-15.
WANG Y J, JIA J F. Adaptive sliding mode variable structure control for spacecraft attitude control [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019,33(9):9-15.
- [3] 史恒,朱纪洪. 主动防御的最优预测协同制导律研究[J]. 空间控制技术与应用,2019,45(4):64-70.
SHI H, ZHU J H. Optimal cooperative prediction guidance law for active defense[J]. Aerospace Control

and Application,2019,45(4):64-70.

- [4] 郭志强,孙启龙,周绍磊,等. 主动防御飞行器的范数型微分对策制导律[J]. 北京航空航天大学学报,2019,45(9):1787-1796.
GUO ZH Q, SUN Q L, ZHOU SH L, et al. Norm differential game guidance law for active defense aircraft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2019,45(9):1787-1796.
- [5] 马硕. 主动防御空间小型飞行器制导及控制方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2018.
MA SH. Research on guidance and control method of active defense small space vehicle[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2018.
- [6] FANG F, CAI Y, YU Z. Adaptive estimation and cooperative guidance for active aircraft defense in stochastic scenario[J]. Sensors, 2019, 19(4):979.
- [7] ZOU X, ZHOU D, DU R, et al. Active defense nonsingular terminal sliding mode cooperative guidance law [J]. Acta Armamentarii, 2015, DOI: 10.1177/0954410015591613.
- [8] KUMAR S R, SHIMA T. Cooperative nonlinear guidance strategies for aircraft defense [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics,2017,40(1): 124-138.
- [9] 杜宗霖,王晓芳,贺敏,等. 考虑目标安全性的最优协同拦截制导律研究[J]. 飞行力学,2020,38(1):73-79.
DU Z L, WANG X F, HE M, et al. Research on an optimal cooperative interception guidance law considering target safety[J]. Flight Dynamics, 2020,38(1):73-79.
- [10] 张帅,朱东方,孙俊,等. 双拦截弹拦截单目标边界型微分对策制导律研究[J]. 飞控与探测,2019,2(2):46-53.
ZHANG SH, ZHU D F, SUN J, et al. Bounded differential games strategies with two-pursuit single-evader [J]. Flight Control & Detection,2019,2(2):46-53.
- [11] SHAFERMAN V, SHIMA T. Cooperative optimal guidance laws for imposing a relative intercept angle[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2015, 38(8):1395-1408.
- [12] NIKUSOKHAN M, NOBAHARI H. Closed-form optimal cooperative guidance law against random step maneuver[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2016, 52(1):319-336.
- [13] WALTER F, SCHLÖFFEL G, HOLZAPFEL F. Optimal control framework for impulsive missile interception guidance[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference, 2013.
- [14] 陈忠华,唐博,时光. 基于线性二次型的受电弓最优输

出跟踪器设计 [J]. 电子测量与仪器学报, 2015, 29(11):1647-1654.

CHEN ZH H, TANG B, SHI G. Design of the pantograph optimal tracking controller based on linear quadratic [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2015, 29(11):1647-1654.

[15] LONGUSKI J M, GUZMÁN J J, PRUSSING J E. Optimal control theory [C]. Optimal Control with Aerospace Applications, Springer, 2014.

作者简介



刘博, 2014 年于空军工程大学获得学士学位, 现为航空工程学院三室硕士研究生, 主要研究方向为飞行控制与导航。

E-mail: liubowqn@163.com

Liu Bo received his B. Sc. degree from

Air Force Engineering University in 2014. Now he is a three-room M. Sc. candidate at the School of Aeronautical Engineering. His main research interests include flight control and navigation.



王小平 (通信作者), 分别在 1994 年、2002 年和 2006 年于空军工程大学获得学士学位、硕士学位和博士学位, 现为空军工程大学博士生导师、教授, 主要研究方向为导航、制导与控制。

E-mail: 81875303@qq.com

Wang Xiaoping (Corresponding author) received his B. Sc. degree, M. Sc. degree and Ph. D. degree all from the Air Force Engineering University in 1994, 2002 and 2006, respectively. Now he is a professor and Ph. D. supervisor at Air Force Engineering University. His main research interests include navigation, guidance and control.