

DOI: 10.13382/j.jemi.B1902828

基于五次 NURBS 曲线的六轴机器人多目标轨迹优化

胡嘉阳 韦巍

(浙江大学 电气工程学院 杭州 310027)

摘要:为了提升机械臂工作的效率,提出了一种基于混合粒子群算法的轨迹规划优化方法,使用5次NURBS曲线为工作轨迹,利用混合粒子群算法,针对机械臂的脉动冲击、能量消耗和工作时间3个目标建立目标函数并获得帕累托最优解集,将权重目标函数归一化从而得到期望解。在MATLAB环境下由这一方法建立模型进行仿真,并选取六轴机械臂进行仿真分析之后得出非支配解集,并选取最优解,证实了该轨迹规划方法可以有效的提升机械臂的运行效率,并且能够实现约束条件下的多目标优化。

关键词: 多目标优化; 轨迹规划; 5次NURBS曲线; 混合粒子群算法; 六轴机械臂

中图分类号: TP274; TP241.2 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8060

Multi-objective optimization of six-axis manipulator's trajectory based on five-order nurbs curve

Hu Jiayang Wei Wei

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: In order to promote the work efficiency, energy consumption and the smoothness of the manipulator, a mathematical model of quantic non uniform rational B-spline curve (NURBS) was set up to find trajectory with high-order of which endpoint parameters was specified. A hybrid particle swarm optimization algorithm (HPSO) was used in the MATLAB simulation to get the perfect Pareto solutions under three normalized weighted objectives for six-degree freedom manipulator's trajectory. Through the simulation, it shows that the quantic NURBS curve can be constructed to fitting high order trajectory and the HPSO algorithm can provide a good means to get the Pareto solutions for the trajectory described above.

Keywords: multi-objective optimal; optimal trajectory planning; quantic NURBS curve; HPSO; 6 DOF manipulator

0 引言

近年来随着工业生产的不断发展,自动化升级改造需求不断增加,机械臂在工业生产中的应用也越来越广泛,因此对于机械臂工作时的各项指标的要求也越来越高。故在机械臂轨迹规划的过程当中对于机械臂的工作时间、能量消耗和降低脉动冲击进行优化就有着重要的意义。

有关于轨迹优化的内容的文献中已有很多,文献[1]使用粒子群算法对多项式轨迹的速度和加速度等进行了优化,但是加速度和脉动存在突变的状况;文献[2]使用序列二次规划方法对挖掘机器人在NURBS曲线下的运动进

行了局部优化,不过主要是通过修正权因子的方法进行局部优化,并未提及选取更为良好的NURBS曲线的方法;文献[3]使用改进混沌搜索算法在运动参数存在约束条件的情况下对机械臂运动轨迹进行优化,但是没有解决速度和加速度等运动参数的突变问题。

本文在上述多个研究的基础之上,将基本粒子群算法与模拟退火和自适应压缩因子的思想相结合,产生的一种混合粒子群算法,并通过混合粒子群算法,以机械臂的运行时间、能量消耗和脉动冲击为目标建立归一化权重目标函数,利用非均匀有理B样条曲线进行插值优化,建立通过指定位置点的曲线,从而求解帕累托最优解集,并以新松SR4C机器人为建模对象,导入运动学参数进行仿真分析,从而验证算法的有效性。

1 基于 NURBS 曲线的轨迹规划

关于 u 时刻的 NURBS 曲线函数为:

$$P(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,m}(u) R_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,m}(u) R_i} \quad (1)$$

其中 $N_{i,m}(u)$ 是由节点矢量 U 确定的 u 时刻对应的 m 次样条有理基函数,具体值可由下面的递归公式得到:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 0, & u_i \leq u < u_{i+1} \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_{i,m}(u) = \frac{(u - u_i) N_{i,m-1}(u)}{u_{i+m} - u_i} + \frac{(u_{i+m+1} - u) N_{i+1,m-1}(u)}{u_{i+m+1} - u_{i+1}} \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (3)$$

其中 R_i 为 NURBS 曲线权因子, P_i 为控制点。节点矢量 $U = [u_1, \dots, u_{2m+n}]$ 。本文中采用规范节点矢量,令 $u_0 = u_1 = \dots = u_m = 0, u_{m+n} = u_{m+n+1} = \dots = u_{2m+n} = 1$, 并使用累积弦长参数化方法对时间间隔矢量 h_i 进行归一化得到节点矢量 U 的元素 u_i :

$$u_i = \frac{\sum_{j=0}^{i-m-1} h_j}{\sum_{j=0}^{n-1} h_j} \quad i = m+1, m+2, \dots, m+n-1 \quad (4)$$

若规定“ $0/0=0$ ”, 则 m 次样条基函数的 k 阶导矢为:

$$P^{(k)}(u) = \frac{A^{(k)}(u) - \sum_{i=1}^k C_k^i \omega^{(k)}(u) P^{(k-i)}(u)}{\omega(u)} \quad (5)$$

其中, $A^{(k)}(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,m}^{(k)}(u) R_i P_i$; $\omega^{(k)}(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,m}^{(k)}(u) R_i$ 。

求解上式即可得到 u 时刻的速度、加速度。

由文献[5]可知,令 NURBS 经过选定点的方法,若已知节点矢量 U , 则可得:

$$Q_k = \sum_{i=0}^{n+2} N_{i,m}(u_k) P_i \quad i = 0, 1, \dots, n; k = 2, 3, \dots, n-1 \quad (6)$$

其中, Q_k 为曲线需要经过的点; u_k 为对应的时间节点; P_i 为对应的控制点。这里共有 $n-1$ 个方程组,要求的控制点共有 $n+3$ 个,故需要引入其他约束方程:

$$\begin{cases} P_0 = Q_0 \\ P_{n+2} = Q_n \\ P_0 = P_1 \\ P_{n+1} = P_{n+2} \end{cases} \quad (7)$$

该约束条件取首末两端控制点和插值点重合,并且在 P_1 和 P_{n+1} 的约束上采用切矢条件对初始速度进行限制。由 $n+1$ 个数值点求取 $n+3$ 控制点的方程如下:

$$\begin{bmatrix} M_0 & & & \\ M_1 & \cdots & & O \\ M_2 & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ O & \cdots & M_{n-1} & \\ & & M_n & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_{n-2} \\ P_{n-1} \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_{n-2} \\ Q_{n-1} \\ Q_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, $M_i = [N_{i,5}(u), N_{i+1,5}(u), N_{i+2,5}(u), N_{i+3,5}(u), N_{i+4,5}(u)]$, $i = 2, 3, \dots, n-2$ 。

u 为 U_i 对应的时间, $M_1 = [-1 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 0]$, $M_{n-1} = [0 \ 0 \ \cdots \ -1 \ 1]$, $M_0 = [1 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 0]$, $M_n = [0 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 0]$, $Q_1 = Q_{n-1} = 0$, 其余 Q_n 为已知的数值点。

2 目标函数构造

目标函数的构造主要由工作时间、能量消耗和脉动冲击 3 部分构成,3 部分对应的目标函数为:

$$S_1 = T = \sum_{i=0}^{m-1} (t_{i+1} - t_i) \quad (9)$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{\int_0^T a_i^2 dt}{T}} \quad (10)$$

$$S_3 = \sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{\int_0^T j_i^2 dt}{T}} \quad (11)$$

此外还有约束条件如下:

$$|v(t)| = |P'(t)| < v_{\max}$$

$$|a(t)| = |P''(t)| < a_{\max}$$

$$|j(t)| = |P^{(3)}(t)| < j_{\max}$$

其中, S_1 、 S_2 、 S_3 分别为速度、加速度、加加速度的值,用于衡量运行时间、能量消耗和脉动冲击。 $v_{\max}$ 、 $a_{\max}$ 、 $j_{\max}$ 为速度、加速度和加加速度的最大限制值; v_i 、 a_i 、 t_i 则分别代表了第 i 个点的速度、加速度和加加速度。

3 多目标混合粒子群算法

粒子群算法是一种应用广泛的算法,最早由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出,是对于鱼群和鸟群的群体捕食和移动过程的一种近似模拟算法。粒子群算法的优点是易于调整参数,结构简单且优化明显,但是该算法也有着易于陷入早熟和局部最优的问题。为了解决这些问题,已经有一些探索^[5-14]。

本文将粒子群算法与模拟退火以及自适应压缩因子结合,利用模拟退火具有较强的全局搜索能力和概率突变能力的优势,在接受新解的过程中不会单纯的取最优

解,而是概率性的接受较差的解,从而保证粒子群算法不会过早收敛,并通过自适应压缩因子调节权重,保证算法初期的全局探索能力和后期局部搜索能力。具体算法的流程如下,流程如图 1 所示。

1) 设定初始的惯性系数、个体最优系数和当代计算最优系数以及温度系数 T ,并根据给定的条件随机初始化 N 个 n 维粒子以及粒子对应的速度。从这些粒子当中选择出非支配解集,并从解集中按照拥挤距离降序排列,选取拥挤程度较小的规定数量的点更新外部档案集。

2) 根据目标函数计算粒子群中各个粒子的适应度 F ,之后以适应度函数值为衡量标准,选取多轮计算中每个粒子出现过的最优适应度的点作为个体最优值 $Pbest$ 记录,之后从档案集中选取前 10%,随机取一作为全局最优值 $Gbest$ 记录。

3) 更新粒子速度与新一代位置,并且由 metropolis 准则的概率选定是否接受适应度更优秀的解为 $Pbest$,其中选择的概率 P 为:

$$P = e^{-\frac{|F - Pbest|}{r}} \quad (12)$$

之后生成 0~1 的随机数 $rand$,若 $P > rand$ 则接受新粒子为 $Pbest$,若 $P < rand$ 则只接受目标值较优的粒子为 $Pbest$,由这一方法进行概率性的选择增加粒子在算法运行中的扰动。外部档案集的选取和 $Gbest$ 的更新方法仍然按照上文的方法执行。

4) 比较迭代次数与已运行次数,以运行前期粒子广泛散布,后期逐渐集中为原则,将速度计算中的因子和温度系数按照运行的代数做出调整,故在本文的例子当中粒子群速度和温度系数设置为:

$$V_i^{n+1} = \varphi(V_i^n + c_1 r_1(Pbest - x_i^n) + c_2 r_2(Gbest - x_i^n)) \quad (13)$$

$$\varphi = \lambda^{\frac{1-n}{e^{iter+1-n}-1}} \quad (14)$$

$$T_n = \alpha^n T \quad (15)$$

式中: n 为当前迭代次数; φ 为自适应压缩因子; V_i^n 为第 n 次迭代时编号为 i 的粒子的速度; X_i^n 为第 n 次迭代时编号为 i 的粒子向量; c_1 和 c_2 为学习因子,本文设为 0.5; r_1 和 r_2 为 0~1 的随机数; λ 为正整数,本文设为 10; $iter$ 为设定的总迭代次数。如果 $Gbest$ 不再变化的迭代次数超过规定代数,则提早结束运行。

4 机械臂模型建立

本文所使用的机械臂是新松 SR4C 系列机器人,其连杆模型如图 2 所示。对应的 D-H 参数如表 1 所示,表 1 中 θ 表示关节旋转角, d 表示关节偏移量, a 表示连杆长度, α 表示连杆扭角。各个连杆之间的变换矩阵为:

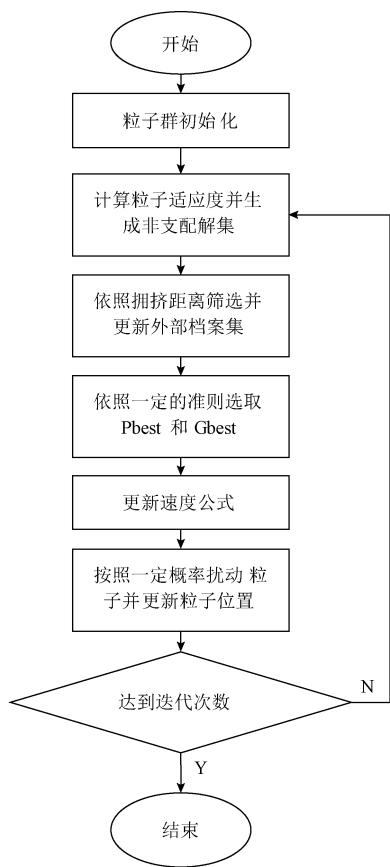


图 1 算法流程示意图

Fig. 1 Schematic diagram of algorithm

$$T_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin\theta_i \cos\alpha_{i-1} & \cos\theta_i \cos\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} & -d_i \sin\alpha_{i-1} \\ \sin\theta_i \sin\alpha_{i-1} & \cos\theta_i \sin\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} & d_i \cos\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

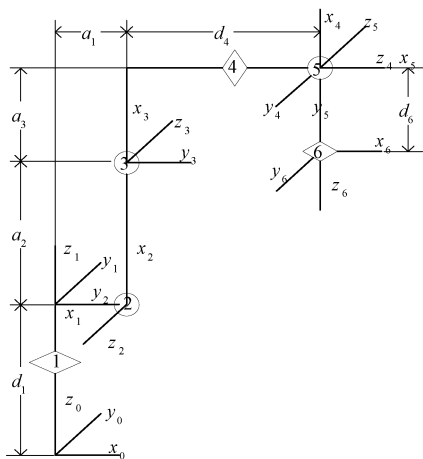


图 2 新松 SR4C 机器人连杆结构示意图

Fig. 2 Sinsun SR4C schematic diagram of robot connecting rod structure

表 1 D-H 参数表
Table 1 D-H parameters

序号	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	0.33	0.04	$\pi/2$
2	θ_2	0	0.315	π
3	θ_3	0	0.07	$-\pi/2$
4	θ_4	0.31	0	$\pi/2$
5	θ_5	0	0	$-\pi/2$
6	θ_6	0.07	0	0

而对于六轴机械臂从基座到执行器末端的变换为：
 $T_6^0 = T_1^0 \cdot T_2^1 \cdot T_3^2 \cdot T_4^3 \cdot T_5^4 \cdot T_6^5$ (13)
代入数值后可得到六轴机械臂运动学模型展示如图 3 所示。

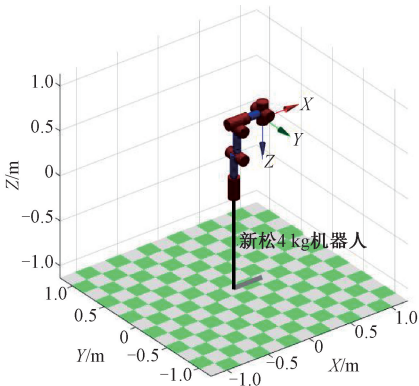


图 3 新松 4 kg 机器人运动学模型
Fig. 3 Sinsun 4 kg kinematic model of robot

5 仿真结果

以六自由度机械臂为对象进行仿真,插值点参数如表 2 所示,对各轴运动学约束如表 3 所示。关节轨迹由 NURBS 样条曲线构建。为计算的便利性,曲线的权因子均设为 1。

表 2 关节位置列表
Table 2 List of joint positions (rad)

位置	关节编号					
	1	2	3	4	5	6
1	0	1.57	0	0	1.57	0
2	0.31	0.74	-0.15	0.0	0.90	-0.31
3	0.31	0.73	-0.14	0.0	0.87	-0.31
4	0.31	0.74	-0.15	0	0.90	-0.31
5	-0.23	0.89	-0.32	-0.0	1.22	0.23
6	-0.23	0.89	-0.29	-0.0	1.18	0.23
7	-0.23	0.89	-0.35	0.0	1.22	0.23
8	0	1.57	0	0	1.57	0

表 3 运动学约束
Table 3 Kinematic constraints

关节编号	1	2	3	4	5	6
位置	1.57	1.57	1.57	1.57	1.57	3.14
速度	0.52	0.52	0.52	1.04	1.04	3.14
加速度	0.52	0.52	0.52	1.04	1.04	3.14
加加速度	1.57	1.57	1.57	1.57	1.57	3.14

基本的粒子群算法和混合的粒子群算法以及 NSGAI 算法仿真得到的帕累托解集如图 4 所示,各算法运行的迭代次数均为 200 次。由于多目标函数不能仅依靠单一目标选择出合适的解,为求出一个合适的解,定义归一化加权目标函数如下：

$$f = \frac{\alpha_1 S_1}{N_1} + \frac{\alpha_2 S_2}{N_2} + \frac{\alpha_3 S_3}{N_3}$$
 (14)

经过测试,选取参数 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1, n_1 = 1, n_2 = n_3 = 10$,如图 5 所示改进后的算法最优值相近,同时迭代次数相对于基本粒子群算法减少了 62%,而且迭代次数也少于优于 NSGAI 算法。

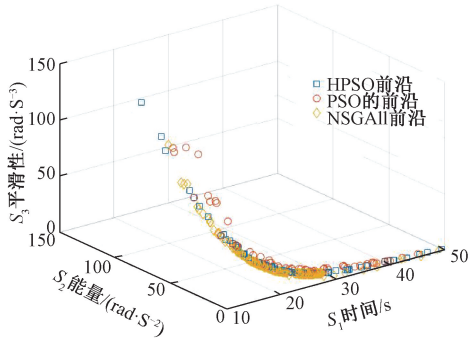


图 4 Pareto 解集分布对比示意图
Fig. 4 Pareto solution set distribution comparison diagram

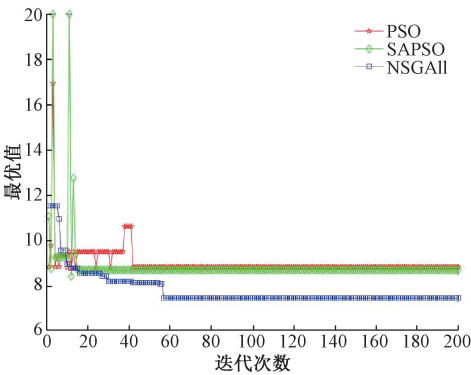


图 5 归一化加权函数最优值收敛对比
Fig. 5 Comparison diagram of convergence of optimal value of normalized weighted function

对应于最优加权目标函数的 3 个目标函数值为 $S_1 =$

35.598, $S_2 = 5.772$, $S_3 = 3.303$, 对应的时间矢量 $\mathbf{h}_i = [6.698, 2.345, 2.847, 7.255, 6.252, 4.548, 5.653]$, 由时间矢量产生的节点矢量为 $\mathbf{U} = [0, 0, 0, 0, 0, 0.188, 0.254, 0.334, 0.537, 0.713, 0.841, 1, 1, 1, 1, 1]$, 对应的运动轨迹如图6所示, 运动过程中的6个关节的运动状态如图7所示, 可以看出多目标优化得到的运行轨迹满足启停速度、加速度以及加加速度为0, 且运行平稳的条件, 并且运行参数满足约束条件。

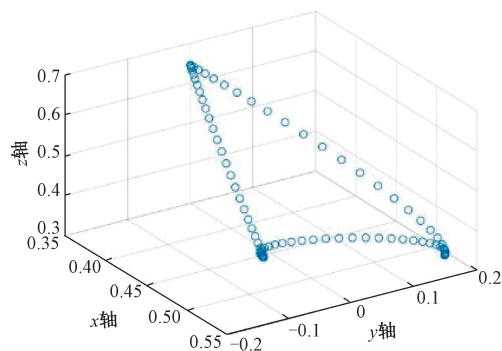


图6 最优值对应运动轨迹

Fig. 6 The optimal value corresponds to the trajectory

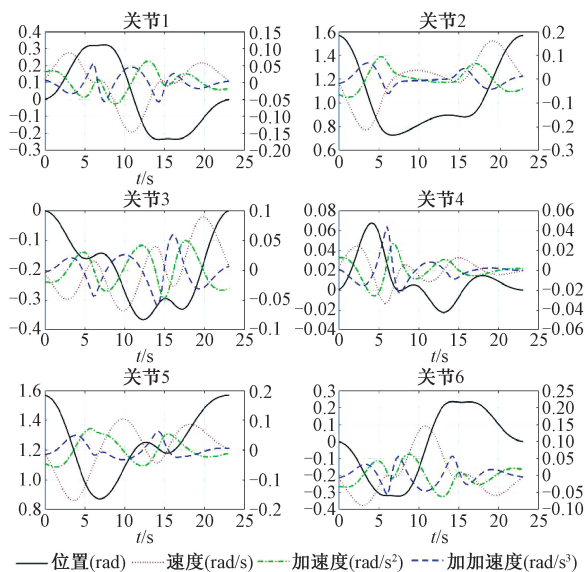


图7 机械臂各轴运动参数示意图

(位置为左侧坐标轴, 其余为右侧)

Fig. 7 Schematic diagram of the motion parameters of each axis of the manipulator

6 结论

利用混合粒子群算法以机械臂各个关节的运行时间、消耗能量和运行的平滑性为目标, 在规定的速度、加速度以及加加速度约束下进行优化, 得到了具备多样性

和收敛性的帕累托最优解, 并得到相应的优化轨迹。同时由 NURBS 曲线根据归一化的加权目标函数得到适应值并选取了能够满足条件的最优解。相对于文献[1-2, 4]中只关注于单目标优化的方法, 多目标混合粒子群算法能够较好较快的实现多目标优化, 并且能够令速度、加速度以及加加速度在约束条件下的平滑变化, 从而保证机械臂的平稳运行, 同时使用高次 NURBS 曲线能够产生修改性较好的运动的轨迹, 避免了文献[3, 16]使用的多次 B 样条曲线规划对于初等解析曲线表达存在不足的问题。同时减少了迭代次数, 提高了算法运行的效率。

参考文献

- [1] 李小为, 胡立坤, 王琥. 速度约束下 PSO 的六自由度机械臂时间最优轨迹规划[J]. 智能系统学报, 2015, 10(3): 393-398.
LI X W, HU L K, WANG H. Time optimal trajectory planning of six-degree-of-freedom robotic arm under speed constraint of PSO [J]. Journal of Intelligent Systems, 2015, 10(3): 393-398.
- [2] 管成, 王飞, 张登雨. 基于 NURBS 的挖掘机器人时间最优轨迹规划[J]. 吉林大学学报(工学版), 2015, 45(2): 540-546.
GUAN CH, WANG F, ZHANG D Y. Time optimal trajectory planning of mining robot based on NURBS [J]. Journal of Jilin University (Engineering), 2015, 45(2): 540-546.
- [3] 康代轲, 陈明. 基于改进混沌搜索算法的机器人轨迹规划[J]. 计算机工程与应用, 2017, 53(14): 143-147.
KANG D K, CHEN M. Trajectory planning of robot based on improved chaos search algorithm [J]. Computer Engineering and Application, 2017, 53(14): 143-147.
- [4] 朱世强, 刘松国, 王宣银, 等. 机械手时间最优脉动连续轨迹规划算法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(3): 47-52.
ZHU SH Q, LIU S G, WANG X Y, et al. Time optimal pulsation continuous trajectory planning algorithm for manipulator [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(3): 47-52.
- [5] SONG J, YI W. Improvement of original particle swarm optimization algorithm based on simulated annealing algorithm [C]. 2012 8th International Conference on Natural Computation, 2012: 777-781.
- [6] YANG H, YANG Y, YANG Z, et al. An improved particle swarm optimization algorithm based on simulated annealing [C]. 2014 10th International Conference on Natural Computation (ICNC), 2014: 529-533.
- [7] 左一多. 多目标优化问题的粒子群算法及其性能分

- 析[D]. 北京:中国地质大学,2013.
- ZUO Y D. Particle swarm optimization algorithm for multi-objective optimization problem and its performance analysis [D]. Beijing: China University of Geosciences, 2013.
- [8] 伍思敏. 多目标粒子群优化算法的改进及应用研究[D]. 无锡:江南大学,2013.
- WU S M. Improvement and application of multi-objective particle swarm optimization algorithm [D]. Wuxi: Jiangnan University,2013.
- [9] 周晟,孔建益,侯宇,等. 改进 ABC 算法的串联机械臂多目标优化[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2019(5):31-35.
- ZHOU SH, KONG J Y, HOU YU, et al. Multi-objective optimization of series manipulator with improved ABC algorithm [J]. Modular Machine Tool and Automatic Processing Technology,2019(5):31-35.
- [10] 施祥玲,方红根,郭为忠. 基于五次 NURBS 的机械臂时间-能量-平滑性多目标轨迹优化[J]. 机械设计与研究,2017,33(1):12-16.
- SHI X L, FANG H G, GUO W ZH. Time-energy-smoothness multi-objective trajectory optimization of mechanical arm based on fifth NURBS [J]. Mechanical Design and Research,2017,33(1):12-16.
- [11] 谢承旺,李凯,徐君,等. 一种改进型多目标粒子群优化算法 MOPSO-II [J]. 武汉大学学报(理学版), 2014,60(2):144-150.
- XIE CH W, LI K, XU J, et al. An improved multi-objective particle swarm optimization algorithm MOPSO - II [J]. Journal of Wuhan University (Science Edition), 2014, 60 (2): 144-150.
- [12] 汤可宗,李佐勇,詹棠森,等. 一种基于 Pareto 关联度支配的多目标粒子群优化算法[J]. 南京理工大学学报,2019,43(4):439-446,480.
- TANG K Z, LI Z Y, ZHAN T S, et al. A multi-objective particle swarm optimization algorithm based on Pareto correlation rule [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology,2019,43(4):439-446,480.
- [13] 钱伟懿,王艳杰. 带自适应压缩因子粒子群优化算法[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版),2010, 29(5):949-952.
- QIAN W Y, WANG Y J. Particle swarm optimization algorithm with adaptive compression factor [J]. Journal of Liaoning University of Engineering and Technology (Natural Science Edition),2010,29(5):949-952.
- [14] 殷凤健,梁庆华,程旭,等. 基于时间最优的机械臂关节空间轨迹规划算法[J]. 机械设计与研究,2017, 33(5):12-15.
- YIN F J, LIANG Q H, CHENG X, et al. Joint space trajectory planning algorithm based on time optimal [J]. Mechanical Design and Research,2017,33(5):12-15.
- [15] 傅振洲. 工业机器人时间最优轨迹规划方法研究[D]. 锦州:渤海大学,2018.
- FU ZH ZH. Research on time-optimal trajectory planning method for industrial robots [D]. Jinzhou: Bohai University,2018.
- [16] 曹文梁. 随机差分变异粒子群混合优化算法[J]. 电子测量与仪器学报, 2017,31(6):928-933.
- CAO W L, Hybrid algorithm based on particle swarm optimization with stochastic differential mutation [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2017,31(6):928-933

作者简介



胡嘉阳,现为浙江大学硕士研究生,主要研究方向为机器人运动学。

E-mail:21710101@zju.edu.cn

Hu Jiayang is now a M.Sc. candidate at Zhejiang University. His main research interest includes robotic kinematics.



韦巍,现为浙江大学教授、博士生导师,主要从事智能电网、微电网、交直流混合电网、智能机器人等方面的研究工作。

E-mail:wwei@zju.edu.cn

Wei Wei is a professor and Ph. D. supervisor at Zhejiang University. His main research interests include Smart power grid, micro power grid, AC-DC hybrid power grid and intelligent robot.