

DOI: 10.13382/j.jemi.B1902269

# 杂波先验知识未确知场景下 MIMO 雷达收发联合优化\*

姚 遥<sup>1</sup> 夏长林<sup>2</sup> 李 琼<sup>3</sup>

(1. 周口师范学院 物理与电信工程学院 周口 466000; 2. 河南科技职业大学 信息工程学院 周口 466000;  
3. 周口市农业科学院 周口 466000)

**摘要:**针对杂波初始估计误差导致多输入多输出(MIMO)雷达检测稳健性较差的问题,提出了发射波形与接收权联合优化方法以改善MIMO雷达检测稳健性。杂波误差凸集、波形恒模特性和相似约束下,基于最大化输出信干噪比准则,首先构建了改善最差情况下MIMO雷达检测性能的极大极小联合优化问题;而后,为求解所得NP-hard问题,将其分解为内外层子问题,并交替迭代求解。与不相关信号、非稳健及现有稳健方法相比,数值仿真验证了所提方法的有效性。

**关键词:**多输入多输出雷达;联合稳健优化;恒模约束;相似性约束;半定规划

**中图分类号:** TN911.23 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

## Joint optimization of MIMO radar transmit code and receive weight with the imperfect clutter prior knowledge

Yao Yao<sup>1</sup> Xia Changlin<sup>2</sup> Li Qiong<sup>3</sup>

(1. School of Physics and Telecommunication Engineering, Zhoukou Normal University, Zhoukou 466000, China;  
2. College of Information Engineering, Henan Vocational University of Science and Technology, Zhoukou 466000, China;  
3. Zhoukou Academy of Agricultural Science, Zhoukou 466000, China)

**Abstract:** Aiming at the issue of poor robustness of multiple-input multiple-output (MIMO) radar detection caused by the initial clutter estimation error, a joint robust optimization approach of transmitted waveform and received weight is proposed here to improve MIMO radar detection robustness. With the constraints of clutter error convex set, the transmitted waveform constant envelop characteristic and the similarity, the min-max joint optimization problem can be firstly constructed to improve the worst-case detection performance of MIMO radar on the basis of the criterion of maximizing the output signal to interference noise ratio (SINR); After that, in order to solve the resultant NP-hard problem, this issue is decomposed into the internal and external sub-problems, and these two sub-problems can be solved alternately. In comparison with the non-robust and existing robust algorithms as well as unrelated signals, numerical simulation verifies the efficacy of the developed approach.

**Keywords:** multiple-input multiple-output (MIMO) radar; joint robust optimization; constant modulus constraint; similarity constraint; semidefinite programming (SDP)

## 0 引言

相较于传统相控阵只可发射相干信号,多输入多输出(MIMO)雷达可发射不相关波形,且在接收端对所有回波联合处理以获得目标检测及参数估计结果<sup>[1]</sup>。MIMO雷达可提升干扰相消能力<sup>[2-3]</sup>,改善发射方向图设

计的灵活性<sup>[4-5]</sup>,以及增强参数辨识能力<sup>[6]</sup>。

MIMO雷达所具有之上述优势皆可归因于波形分集,因而波形设计之于MIMO雷达,具有举足轻重的作用<sup>[7-9]</sup>。Friedlander<sup>[7]</sup>研究了波形优化问题以最大化输出信干噪比(SINR)进而改善MIMO雷达检测性能。针对此算法无法保证SINR逐步增加的问题,文献[8]基于瑞利商性质提出一种可确保收敛的迭代方法。考虑到波形

的物理约束,文献[9]提出一种基于多波形约束的收发联合优化方法以改善目标的检测性能。

有关波形设计或收发联合优化问题的求解需要有关环境或目标参数的确切值。实际应用中,这些参数值须通过估计得到,因而存在不确定性,而基于存在估计误差的参数估计值所得最优波形将使得雷达检测或估计性能下降<sup>[10-11]</sup>。

为提高环境先验信息不确定场景下 MIMO 雷达最差检测概率,本文提出一种发射信号及接收权联合稳健设计方法。在发射信号与已知信号相似性及恒模约束下,构建了杂波估计误差集合上收发联合优化问题以最大化最差场景下输出 SINR 从而改善目标检测稳健性。为求解所得复杂非线性 NP-hard 问题,可将此问题分解为内外层优化子问题,并交替迭代求解之,每步迭代都可转化为半定规划问题(SDP)。

### 1 稳健收发联合优化问题表述

本文所采用雷达的配置如下:平行放置的均匀收发阵列分别具有  $N_r, N_t$  个阵元,相邻阵元间距为  $d_r, d_t$ 。假设感兴趣距离环内杂波可建模为  $K$  个杂波块叠加,则单脉冲条件下阵列接收信号可表述为<sup>[12]</sup>:

$$x(n) = \alpha_0 \mathbf{a}_r(\theta_0) \mathbf{a}_t^T(\theta_0) s(n) + \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{a}_r(\theta_k) \mathbf{a}_t^T(\theta_k) s(n) + \mathbf{v}(n) \quad n = 1, \dots, N \quad (1)$$

式中:  $\alpha_0, \alpha_k$  分别表示目标及第  $k$  个杂波块的幅度;  $s(n)$  为时刻  $n(n = 1, \dots, N)$  的发射信号;  $\mathbf{v}(n) \sim CN(0, \sigma_v^2)$ ,  $CN(\cdot, \cdot)$  为循环复高斯分布<sup>[10]</sup>;  $\mathbf{a}_r(\theta_0) = \frac{1}{\sqrt{N_r}} [1, \dots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_r (N_r - 1) \sin \theta_0}]^T$ ,  $\mathbf{a}_t(\theta_k) = \frac{1}{\sqrt{N_t}} [1, \dots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_t (N_t - 1) \sin \theta_k}]^T$ , 分别表示目标  $\theta_0$  及杂波块  $\theta_k$  的发射导向矢量;  $\lambda$  为雷达信号载波波长;  $\mathbf{a}_r(\theta_0) = \frac{1}{\sqrt{N_r}} [1, \dots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_r (N_r - 1) \sin \theta_0}]^T$ ,  $\mathbf{a}_r(\theta_k) = \frac{1}{\sqrt{N_r}} [1, \dots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_r (N_r - 1) \sin \theta_k}]^T$ , 分别为目标  $\theta_0$  及杂波块  $\theta_k$  的接收导向矢量。

多发脉冲场景下,式(1)可重新表示为:

$$\mathbf{x} = \alpha_0 (\mathbf{I}_N \otimes [\mathbf{a}_r(\theta_0) \mathbf{a}_t^T(\theta_0)]) \mathbf{s} + \sum_{k=1}^K \alpha_k (\mathbf{I}_N \otimes [\mathbf{a}_r(\theta_k) \mathbf{a}_t^T(\theta_k)]) \mathbf{s} + \mathbf{v} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}^T(1), \dots, \mathbf{x}^T(N)]^T$ ;  $\mathbf{s} = [\mathbf{s}^T(1), \dots, \mathbf{s}^T(N)]^T$ ;  $\mathbf{v} = [\mathbf{v}^T(1), \dots, \mathbf{v}^T(N)]^T$ ;  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。

令  $\mathbf{A}(\theta_0) = \mathbf{I}_N \otimes [\mathbf{a}_r(\theta_0) \mathbf{a}_t^T(\theta_0)]$ ,  $\mathbf{A}(\theta_k) = \mathbf{I}_N \otimes [\mathbf{a}_r(\theta_k) \mathbf{a}_t^T(\theta_k)]$ , 则式(2)可表示为:

$$\mathbf{x} = \alpha_0 \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s} + \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{A}(\theta_k) \mathbf{s} + \mathbf{v} \quad (3)$$

对接收信号加权滤波,可得:

$$\mathbf{r} = \mathbf{w}^H \mathbf{x} = \alpha_0 \mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s} + \mathbf{w}^H \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{A}(\theta_k) \mathbf{s} + \mathbf{w}^H \mathbf{v} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{w} \in \mathbf{C}^{N_r \times N_t}$  为接收权值。

由文献[10]可知,最大化检测性能可等价于最大化输出 SINR。由式(4)可得输出 SINR 为:

$$\rho(\mathbf{s}, \mathbf{w}) = \frac{E[|\alpha_0 \mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s}|^2]}{E[|\mathbf{w}^H \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{A}(\theta_k) \mathbf{s}|^2] + \sigma_v^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}} = \frac{SNR |\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_c(\mathbf{s}) \mathbf{w} + \mathbf{w}^H \mathbf{w}} \quad (5)$$

式中:  $SNR = E[|\alpha_0|^2] / \sigma_v^2$  为信噪比,  $\mathbf{R}_c(\mathbf{s}) = \sum_{k=1}^K CNR_k \mathbf{A}(\theta_k) \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{A}^H(\theta_k)$  为系统所接收杂波功率,  $CNR_k = E[|\alpha_k|^2] / \sigma_v^2$  为第  $k$  个杂波块的杂噪比。

综上可知,联合优化  $\mathbf{s}$  和  $\mathbf{w}$  可最大输出 SINR,即:

$$\max_{\mathbf{s}, \mathbf{w}} \rho(\mathbf{s}, \mathbf{w}) = \frac{SNR |\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_c(\mathbf{s}) + \mathbf{I}) \mathbf{w}} \quad (6)$$

工程应用中,通常使放大器工作于过饱和状态以避免非线性效应,即发射信号具有恒模特性<sup>[13-14]</sup>。归一化发射功率,即  $\|\mathbf{s}\|^2 = 1$ , 则发射信号  $\mathbf{s}$  可表示为:

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{N_t N}} e^{j\varphi_k} \quad k = 1, \dots, N_t N \quad (7)$$

式中:  $\varphi_k$  为信号  $\mathbf{s}$  的相位。

为使得所得波形具有某种优良特性,需构建待优化波形与某已知波形的相似性约束  $\|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|_\infty \leq \epsilon$ , 其中  $\|\mathbf{x}\|_\infty$  表示无穷范数,  $\mathbf{s}_0$  为已知波形,  $\epsilon$  为相似度参数<sup>[14]</sup>。由上述可知,第  $k$  个信号相似性约束可表述为:

$$\|s(k) - s_0(k)\|_\infty \leq \epsilon \quad k = 1, \dots, N_t N \quad (8)$$

由文献[14]可得,式(8)可表示为:

$$\varphi_k = \arg(s(k)) \in [\gamma_k, \gamma_k + \delta_k] \quad k = 1, \dots, N_t N \quad (9)$$

式中:  $\gamma_k = \arg(s_0(k)) - \arccos(1 - \epsilon^2/2)$ ,  $\delta_k = 2\arccos(1 - \epsilon^2/2)$ ,  $0 \leq \epsilon \leq 2$ 。

发射信号相似性(式(9))及恒模特性(式(7))约束下,最大化输出 SINR 的联合优化问题可表述为:

$$\max_{\mathbf{s}, \mathbf{w}} \frac{SNR |\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H (\tilde{\mathbf{R}}_c(\mathbf{s}) + \mathbf{I}) \mathbf{w}} \quad \text{s. t. } \arg(s(k)) \in [\gamma_k, \gamma_k + \delta_k] \quad |s(k)| = 1 / \sqrt{N_t N}, \quad k = 1, \dots, N_t N \quad (10)$$

计算式(10)需要如  $\mathbf{R}_c, \mathbf{a}_r(\theta_0), \mathbf{a}_t(\theta_0)$  等参数值。然而,实际工程中上述参数须用相应估计方法获得,因而存在估计误差,进而所设计波形将使得 MIMO 雷达检测性能下降<sup>[15]</sup>。本文只考虑杂波协方差矩阵(CCM)的影响。

实际应用中不可能得到  $R_C(s)$  的无误差估计,即在真实  $\tilde{R}_C(s)$  及假定  $CCMR_C(s)$  之间一定存在差别。因此,可设真实 CCM 位于如下凸集<sup>[16]</sup>:

$$\tilde{R}_C(s) = R_C(s) + \Delta R_C \quad (11)$$

式中:  $\Delta R_C$  为误差矩阵,  $\sigma$  为误差矢量模上界,满足式(12)。

$$U = \{\Delta R_C \mid \|\Delta R_C\|_F \leq \sigma\} \quad (12)$$

基于以上所述,提高最差情况下目标检测性能的收发联合稳健设计问题可简述如下:发射信号相似性及恒模约束下,在凸集  $U$  上联合设计发射信号和接收权值以最大化最差场景下输出 SINR,即:

$$\begin{aligned} \max_{s, w} \min_{\Delta R_C} \rho(s, w) &= \frac{\text{SNR} |\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H (\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}) \mathbf{w}} \\ \text{s. t. } \Delta R_C &\in U, \text{args}(k) \in [\gamma_k, \gamma_k + \delta_k] \\ |s(k)| &= 1/\sqrt{N_T N}, k = 1, \dots, N_T N \end{aligned} \quad (13)$$

明显地,问题(13)为关于  $s, w, \Delta R_C$  等3个变量的非线性极大极小问题,且第3项约束为恒模约束,因此为复杂非线性 NP-hard 问题<sup>[17]</sup>,非常难以求解。

## 2 基于迭代的收发联合优化问题求解

为求解上述问题,须将此问题分解为内外两个子优化问题,首先考虑内层子优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta R_C} \rho(s, w) &= \frac{\text{SNR} |\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H (\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}) \mathbf{w}} \\ \text{s. t. } \Delta R_C &\in U \end{aligned} \quad (14)$$

由于信号  $s$  和权值  $w$  已知,因此分子为常数,则式(14)可写为:

$$\begin{aligned} \max_{\Delta R_C} \mathbf{w}^H (\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}) \mathbf{w} \\ \text{s. t. } \Delta R_C &\in U \end{aligned} \quad (15)$$

由矩阵特征值性质可知,上式最大值为矩阵  $(\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I})$  最大特征值<sup>[18]</sup>,因此,式(15)可表示为:

$$\begin{aligned} \max_{\Delta R_C} \lambda_{\max}(\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}) \\ \text{s. t. } \Delta R_C &\in U \end{aligned} \quad (16)$$

式中,  $\lambda_{\max}(\cdot)$  表示取矩阵最大特征值。

式(16)可等价<sup>[16]</sup>:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta R_C, t} \\ \text{s. t. } \tilde{R}_C(s) + \mathbf{I} &\leq t\mathbf{I}, \Delta R_C \in U \end{aligned} \quad (17)$$

式中:  $t$  为辅助变量。

基于 Schur 定理<sup>[19]</sup>,上述问题可重构为 SDP 问题:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta R_C, t} \\ \text{s. t. } \tilde{R}_C(s) &\leq (t-1)\mathbf{I} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma^2 & \text{vec}^H(\Delta R_C) \\ \text{vec}(\Delta R_C) & \mathbf{I} \end{pmatrix} \geq 0 \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{A} \leq \mathbf{B}$  表示  $\mathbf{B}-\mathbf{A}$  为半正定矩阵。问题(18)可利用诸如 CVX 等工具获得高效求解<sup>[19]</sup>。

将所得  $\Delta R_C$  代入(13),考虑外部子优化问题,即:

$$\begin{aligned} \max_{s, w} &= \frac{\text{SNR} |\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H (\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}) \mathbf{w}} \\ \text{s. t. } &\text{args}(k) \in [\gamma_k, \gamma_k + \delta_k], |s(k)| = 1/\sqrt{N_T N} \end{aligned} \quad (19)$$

此为关于具有恒模特性的发射波形及接收权值的非线性联合优化问题,无法直接得到最优解,须迭代求解。

信号  $s$  已知条件下,求解接收权  $w$ 。基于最小方差畸变准则<sup>[11]</sup>,问题(19)可等价:

$$\begin{aligned} \min_w &\mathbf{w}^H (\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}) \mathbf{w} \\ \text{s. t. } &\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s} = 1 \end{aligned} \quad (20)$$

求解问题(20),可得:

$$\mathbf{w} = \frac{[\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{A}^H(\theta_0) [\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s}} \quad (21)$$

将所得  $w$  代入式(19),则:

$$\frac{\text{SNR} |\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H (\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}) \mathbf{w}} = \mathbf{s}^H \mathbf{A}^H(\theta_0) [\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{s} \quad (22)$$

基于式(22),式(19)可表示为:

$$\begin{aligned} \max_s &\mathbf{s}^H \Phi(s) \mathbf{s} \\ \text{s. t. } &\text{args}(k) \in [\gamma_k, \gamma_k + \delta_k], \\ |s(k)| &= 1/\sqrt{N_T N} \quad k = 1, \dots, N_T N \end{aligned} \quad (23)$$

式中:  $\Phi(s) = \mathbf{A}^H(\theta_0) [\tilde{R}_C(s) + \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{A}(\theta_0)$ 。

上述优化问题是关于发射波形  $s$  的复杂非线性问题,难以利用传统的优化方法求解。为求解此问题,本文提出一种序列迭代优化方法,在第  $m$  次迭代中,首先利用上次迭代所得发射波形  $s_{m-1}^*$  计算  $\Phi(s_{m-1}^*)$ ,则其与待优化发射波形  $s_m$  无关,并不考虑相似性约束,则式(23)可重写为如下 SDP 问题:

$$\begin{aligned} \max_x &\text{tr}(\Phi(s_{m-1}^*) \mathbf{X}_m) \\ \text{s. t. } &\mathbf{X}_m \geq 0, \text{diag}(\mathbf{X}_m) = \mathbf{I} \end{aligned} \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{X}_m = s_m s_m^H$ 。

求解问题(24)可得到最优波形相关矩阵  $\mathbf{X}_m^*$ ,然而无法直接得到满足相似性约束的最终可发射波形  $s_m$ 。为得到  $s_m$ ,可利用文献[20]的随机化方法,即生成一组独立同分布高斯向量  $\xi_k$ ,其中  $\xi_k \sim N(0, X_0)$ ,  $k = 1, \dots, N_T N$ ,  $X_0 = \mathbf{X}_m^* \odot (pp^H)$ ,  $\odot$  为 Hadamard 积,  $p = \frac{1}{\sqrt{N_T N}}$

$[e^{-j\gamma_1}, \dots, e^{-j\gamma_{N_T N}}]^T$ , 其中  $\gamma_k$  如式(9)所示。基于此, 可得第  $k$  次随机化生成波形为:

$$s_k(i) = p^*(i)\zeta(\xi_k(i)) \quad (25)$$

式中:  $\zeta(\xi_k(i)) = \exp\left(j \frac{\arg(\xi_k(i))}{2\pi} \delta_k\right)$ ,  $\delta_k$  如式(9)所示。

由此可得, 最终发射波形可由下式确定:

$$s_m^* = \arg \max_{s_k, k=1, \dots, k_{\max}} s_k^H \Phi(s) s_k \quad (26)$$

式中:  $k_{\max}$  为设定的随机化次数。

由式(26)获得最优发射波形  $s_m^*$  之后, 将其代入  $\Phi(s)$ , 而后将所得  $\Phi(s_m^*)$  代入式(24)以开始新的迭代, 直至输出 SINR 变化不明显。

由以上讨论可知,  $s$  及  $w$  已知条件下可求得  $\Delta R_C$ ,  $\Delta R_C$  已知条件下可交替迭代求解  $s$  及  $w$ , 且求解  $s$  时利用序列迭代优化及随机化方法。基于此, 收发联合稳健设计问题的迭代求解过程可表述如下:

- 1) 求解 SDP(18) 以得到最优  $\Delta R_C$ ;
- 2) 计算式(21)以得到最优权  $w$ ;
- 3) 求解问题(24) 以获得最优波形相关阵  $X^*$ ;
- 4) 求解问题(26) 以获得最优发射波形  $s^*$ ;
- 5) 重复步骤 3)、4) 直至输出 SINR 变化不明显, 得到最终可发射波形  $s^*$ ;
- 6) 重复 1)、2)、5) 直到相邻 SINR 满足如下终止条件:  $\|SINR^{i+1} - SINR^i\| \leq 10^{-2}$ ,  $i$  为迭代次数。

### 3 仿真结果及分析

为验证所提方法的有效性, 本仿真将从以下 4 个角度与文献[11, 20]所提非稳健算法、文献[21]所提稳健算法及不相关发射波形比较: 最差性能改善; 稳健性; 收敛性; 以及估计误差上界  $\sigma$  对输出 SINR 的影响。考虑如下雷达配置: 雷达 A 和 B 收发皆为均匀线性阵列 (ULA),  $N_T = N_R = 4$ ,  $d_r = \lambda/2$ , 对于雷达 A,  $d_r = \lambda/2$ , 雷达 B,  $d_r = 2\lambda$ 。  $f_0 = 3 \text{ GHz}$ ,  $L = 3$ ,  $\epsilon = 1.5$ ,  $\sigma_v^2 = 0 \text{ dB}$ ,  $k_{\max} = 2000$ , 信噪比  $SNR = \alpha_1^2/\alpha_2^2 \in [10, 50 \text{ dB}]$ 。设均匀栅格化杂波, 采样个数  $K = 1000$ , 杂噪比 (CNR)  $\alpha_c^2/\alpha_2^2 \in [10, 50 \text{ dB}]$ 。感兴趣目标位于  $0^\circ$ 。干扰源位于  $35^\circ$ , 干扰比为  $50 \text{ dB}$ 。

$SNR = CNR = 10 \text{ dB}$  条件下, 本文方法所得波束方向如图 1 所示。明显地, 波束方向图在目标附近具有较大增益, 说明雷达将主要功率集中于较小输出 SINR 所在位置, 因此可提升最差条件下 MIMO 雷达检测性能。此外, 观察到图 1(b) 出现栅瓣, 这是由于雷达 B 发射阵元间距较大所引起<sup>[8]</sup>。

为检验最差条件下检测性能的提升,  $SNR \in [10,$

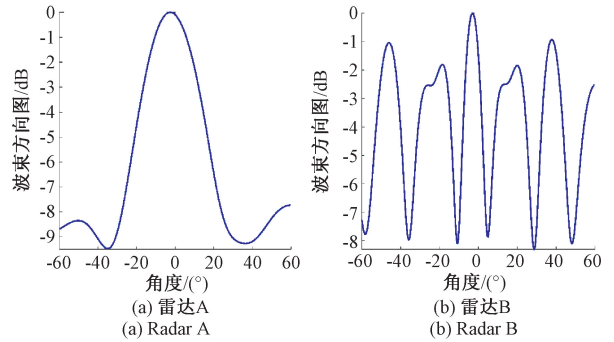


图 1  $SNR = CNR = 10 \text{ dB}$ , 本文算法所得波束方向图

Fig. 1 The beampattern obtained via the proposed approach in the case of  $SNR = CNR = 10 \text{ dB}$

$50 \text{ dB}]$ ,  $CNR \in [10, 50 \text{ dB}]$  条件下, 图 2 所示为  $\tilde{R}_C$  确知条件下, 本文文献[21]所提的稳健算法、文献[11, 20]所提的非稳健方法及不相关信号所得最差条件下输出 SINR 随 SNR 或 CNR 变化曲线。可以看出, 5 种方法所得输出 SINR 随 SNR 增加而增加, 随 CNR 增加而降低。再者, 所提算法所得输出 SINR 大于文献[21]所提稳健算法, 文献[11]所提非稳健算法以及不相关信号, 这是由于所提算法考虑了发射波形及接收权联合优化, 而文献[21]所提稳健方法仅考虑稳健波形设计, 文献[11]所提非稳健方法仅考虑恒模约束下波形设计, 不相关信号则全向发射而没有将发射功率集中于目标所在区域。另外, 本文所提算法与文献[20]所提  $\tilde{R}_C$  确知条件下收发联合优化非稳健方法所得输出 SINR 差距较小, 表明所提算法可显著提高最差情况下输出 SINR。另外, 由图 2 (a)、(b) 或者 (c)、(d) 可得, 雷达 B 所得输出 SINR 大于雷达 A, 这是因为雷达 B 所形成虚拟孔径大于雷达 A<sup>[8]</sup>。

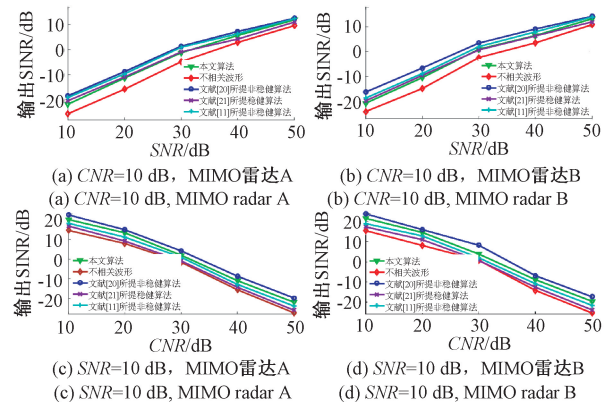


图 2 所提稳健算法、已有稳健算法、先验信息确知条件下非稳健方法及不相关信号所得最差条件下输出 SINR 随 SNR 或者 CNR 变化

Fig. 2 The worst-case output SINR acquired by the proposed robust method, the present robust method, the non-robust method with the perfect prior knowledge, and uncorrelated waveforms varies with SNR or CNR

为验证所提算法的稳健性,  $SNR \in [10, 50 \text{ dB}]$ ,  $CNR \in [10, 50 \text{ dB}]$  条件下, 本文方法、文献[21]所提的稳健算法、文献[11, 20]所提的非稳健方法及不相关信号所得最差条件下平均输出 SINR 随 SNR 或 CNR 变化曲线如图3所示(蒙特卡洛仿真 100 次平均)。由图3可得, 文献[21]所提稳健算法及本文所提方法所得最差情况下平均输出 SINR 随 SNR 或者 CNR 变化比较平缓, 而文献[11, 20]所提非稳健算法所得平均输出 SINR 随 SNR 或者 CNR 变化波动比较剧烈。此外, 由此图还可以看出, 给定条件下, 所提算法所得最差条件下平均输出 SINR 优于文献[21]所提稳健算法, 原因同上。由此可得, 所提算法具有较好的稳健性。

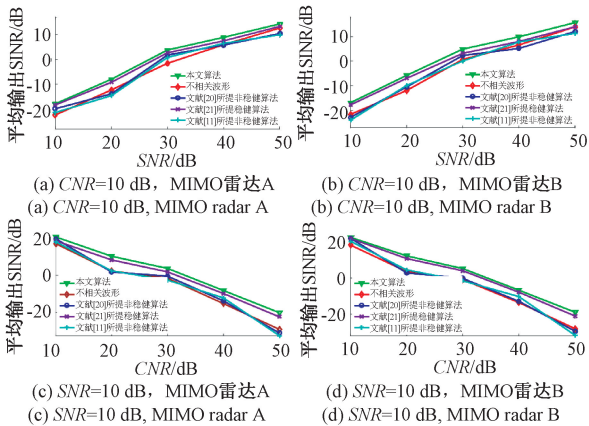


图3 所提稳健算法、已有稳健算法、先验信息未知条件下非稳健方法及不相关信号所得最差条件下平均输出 SINR 随 SNR 或者 CNR 变化

Fig. 3 The average worst-case output SINR acquired by the proposed robust method, the present robust method, the non-robust method with the perfect prior knowledge, and uncorrelated waveforms varies with SNR or CNR

为检验所提方法的收敛性,  $SNR = CNR = 30 \text{ dB}$  条件下, 本文方法所得最差条件下输出 SINR 随迭代次数变化曲线如图4所示。明显地, 所得输出 SINR 波动幅度随着迭代次数增加而逐渐减小, 且无论何种雷达配置, 皆仅需大约 5 步迭代就趋于稳定, 说明所提迭代方法具有较好的收敛性。

为验证参数估计误差上界对最差情况下输出 SINR 的影响,  $SNR = CNR = 30 \text{ dB}$  条件下, 图5所示为本文算法及文献[21]所提稳健算法所得最差条件下输出 SINR 随误差上界  $\sigma$  的变化曲线。由图5可看出, 上述两种算法所得最差条件下输出 SINR 随  $\sigma$  增大而减小, 表明估计误差上界取值对 SINR 有较大影响。

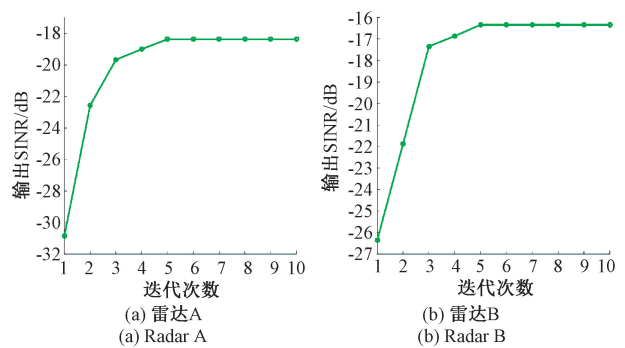


图4  $SNR = CNR = 30 \text{ dB}$ , 所提方法所得最差条件下输出 SINR 随迭代次数变化

Fig. 4 The worst-case output SINR of the developed approach versus iteration number with  $SNR = CNR = 30 \text{ dB}$

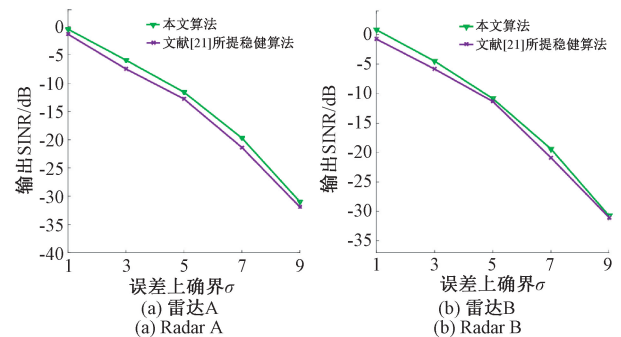


图5  $SNR = CNR = 30 \text{ dB}$ , 所提方法及已有稳健算法所得最差条件下输出 SINR 随迭代次数变化

Fig. 5 The worst-case output SINR of the developed approach and the present robust algorithm versus iteration number with  $SNR = CNR = 30 \text{ dB}$

## 4 结论

基于最大最小准则, 发射信号恒模特性, 待优化波形与已知波形之间的相似性, 以及杂波不确定凸集约束下, 本文提出了发射波形与接收权稳健联合设计方法以提升 MIMO 雷达检测概率的稳健性。为求解所得 NP-hard 问题, 先将此复杂问题分解为两个相对容易求解的子问题, 而后交替迭代求解之, 且每步迭代都可等价于可高效求解的半定规划问题。通过与非稳健方法、已有稳健算法及非相关发射信号在最差性能改善、稳健性、收敛性以及误差上界影响等方面的比较可知, 本文所提方法可显著提升 MIMO 雷达检测概率对杂波参数估计误差的稳健性, 明显改善最差检测性能, 且具有较好的收敛性。

## 参考文献

[1] LIU Y, XU X, XU G. MIMO radar calibration and

- imagery for near-field scattering diagnosis [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2018, 54(1):442-452.
- [ 2 ] 包中华, 马狄, 田永华, 等. X 波段导航雷达海表面流反演的改进 NSP 算法 [J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(7):112-119.
- BAO ZH H, MA D, TIAN Y H, et al. Improved normalized scalar product algorithm for X-band nautical radar surface current inversion [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(7):112-119.
- [ 3 ] XIE M, YI W, KONG L, et al. Receive-beam resource allocation for multiple target tracking with distributed MIMO radars [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(5):2421-2436.
- [ 4 ] 龚道银, 王峰, 周易. 基于波形认知的调频广播外辐射源雷达技术研究 [J]. 国外电子测量技术, 2018, 37(11):23-27.
- GONG D Y, WANG F, ZHOU Y. Study on FM-based waveform cognition for passive multistatic radar [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2018, 37(11):23-27.
- [ 5 ] 王军东. 海杂波对机载雷达探测距离的影响 [J]. 电子测量技术, 2018, 41(8):21-24.
- WANG J D. Influence of sea clutter on airborne radar detection range [J]. Electronic Measurement Technology, 2018, 41(8):21-24.
- [ 6 ] 刘玉春. 窄带无源雷达 OMP 三维成像算法 [J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(7):131-138.
- LIU Y CH. Narrow band passive radar three-dimensional imaging based on OMP algorithm [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32(7):131-138.
- [ 7 ] FRIEDLANDER B. Waveform design for MIMO radars [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3):1227-1238.
- [ 8 ] CHEN C Y, VAIDYANATHAN P P. MIMO radar waveform optimization with prior information of the extended target and clutter [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2009, 57(9):3533-3544.
- [ 9 ] WU L, BABU P, PALOMAR D P. Transmit waveform/receive filter design for MIMO radar with multiple waveform constraints [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(6):1526-1540.
- [ 10 ] 王玉玺, 黄国策, 李伟, 等. 杂波条件下稳健的 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化设计 [J]. 电子与信息学报, 2017, 39(8):1879-1886.
- WANG Y X, HANG G C, LI W, et al. Robust joint design of transmit waveform and receive filter for MIMO radar in presence of clutter [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39(8):1879-1886.
- [ 11 ] BO T, LI J, YU Z, et al. Design of MIMO radar waveform covariance matrix for Clutter and Jamming suppression based on space time adaptive processing [J]. Signal Processing, 2016(121):60-69.
- [ 12 ] MOSTAFA B, ESFANDIAR M, ALI G S. Waveform covariance matrix design for robust signal-dependent interference suppression in colocated MIMO radars [J]. Signal Processing, 2018(152):311-319.
- [ 13 ] IMANI S, NAYEBI M M, GHORASHI S A. Colocated MIMO radar sinr maximization under ISL and PSL constraints [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2018, 25(3):422-426.
- [ 14 ] CHENG Z, HE Z, LIAO B, et al. MIMO radar waveform design with PAPR and similarity constraints [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(4):968-981.
- [ 15 ] YU X X, CUI G L, PIEZZO M, et al. Robust constrained waveform design for MIMO radar with uncertain steering vectors [J]. Eurasip Journal on Advances in Signal Processing, 2017(1):1-10.
- [ 16 ] NAGHIBI T, NAMVAR M, BEHNIA F. Optimal and robust waveform design for MIMO radars in the presence of clutter [J]. Signal Processing, 2010, 90(4):1103-1117.
- [ 17 ] WEISS E, MARGALLOT M, EVEN G. Minimal controllability of conjunctive Boolean networks is NP-complete [J]. Automatica, 2018(92):56-62.
- [ 18 ] DE MAIO A, PALLOTTA L, LI J, et al. Loading factor estimation under affine constraints on the covariance eigenvalues with application to radar target detection [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 55(3):1269-1283.
- [ 19 ] TOMY G J K, VINOY K J. A Fast polynomial chaos expansion for uncertainty quantification in stochastic electromagnetic problems [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2019, 18(10):2120-2124.
- [ 20 ] CUI G L, LI H B, RANGASWAMY M. MIMO radar waveform design with constant modulus and similarity constraints [J]. IEEE Transactions Signal Process, 2014, 62(2):343-353.
- [ 21 ] WANG H, LIAO G, LI J, et al. Robust waveform design for MIMO-STAP to improve the worst-case detection performance [J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2013, 52(1):1-8.

## 作者简介



姚遥, 2009 年于重庆大学获得硕士学位, 现为周口师范学院讲师, 主要研究方向为雷达信号处理。

E-mail: yaoyao19840513@163.com

**Yao Yao** received his M. Sc. degree from Chongqing University in 2009. Now he is a lecture at Zhoukou Normal University. His main research interest is radar signal processing.



夏长林, 2007 年于河南理工大学获学士学位, 现为河南科技职业大学讲师, 主要研究方向为深度学习及计算机视觉。

E-mail: xiachanglin12345@163.com

**Xia Changlin** received his B. Sc. degree from Henan Polytechnic University in 2007. Now he is a lecture at Henan Vocational University of Science and Technology. His main research interests include deep learning and computer vision.



李琼, 2010 年于新疆农业大学获得硕士学位, 现为周口市农业科学院助理研究员。主要研究方向为生物信息学。

E-mail: 15290067998@163.com

**Li Qiong** received her M. Sc. degree from Xinjiang Agricultural University in 2010. Now she is an assistant researcher at Zhoukou Academy of Agricultural Science. Her main research interest is bioinformatics.