

## 基于概率路线图法的窄道采样与轨迹优化<sup>\*</sup>

徐大也 胡立坤 王小勇 刘恒佳  
(广西大学电气工程学院 南宁 530004)

**摘要:**提出一种结合莱维飞行和概率路线图法(Lévy-probabilistic roadmap, LPRM)的路径规划算法。将莱维飞行方法应用于窄道采样,障碍物中的随机点通过莱维飞行走至自由空间,并延长碰撞测试来确保采样点位于窄道内,提升狭窄区域的采样质量与效率;为避免大量无效点的生成,在采样前先对地图进行预处理,膨胀障碍并对其进行边界提取,根据边界信息计算狭窄区域采样点数量,保证了全图采样的合理分布;进一步考虑移动机器人的实际工作情况,采用分段贝塞尔曲线对路径轨迹进行优化使其符合运动学约束,提高移动机器人的机动性。仿真实验在不同环境地图下对比了LPRM、传统概率路线图(PRM)和桥测试3种算法,结果表明LPRM算法相较两者在单一窄道环境下规划效率分别提升35.1%和32.2%,在复杂环境下其规划效率分别提升32.9%和15.5%,且提前400和100个采样点达到收敛,规划效率和成功率显著提高,总体耗时更短、路径更优,能减少移动机器人本身的能耗,提高整体工作效率。

**关键词:**路径规划;轨迹优化;窄道采样;概率路线图法;莱维飞行

**中图分类号:** TP242      **文献标识码:** A      **国家标准学科分类代码:** 510.8050

## Narrow area sampling and trajectory optimization based on probabilistic roadmap

Xu Daye Hu Likun Wang Xiaoyong Liu Hengjia  
(School of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China)

**Abstract:** A path planning algorithm combining Lévy flight and probabilistic roadmap methods (LPRM) is proposed. The Lévy flight method is applied to narrow area sampling, random points in obstacles are walked to free space by Lévy flight, and the collision test is extended to ensure that the sampling points are located in the narrow area, which improves the sampling quality and efficiency in narrow areas. To avoid the generation of invalid points, the map is pre-processed before sampling, the obstacles are inflated and their boundaries are extracted, and the number of sampling points in narrow areas is calculated based on the boundary information, ensuring a reasonable distribution of sampling across the map. Further, considering the actual working condition of the mobile robot, the path trajectory is optimized by using segmented Bessel curves to conform to its kinematic constraints and improve the mobility of the mobile robot. The simulation experiments compare three algorithms, LPRM, traditional PRM and bridge test, under different environment maps, and the results show that the LPRM algorithm improves the planning efficiency by 35.1% and 32.2% respectively compared to both in a single narrow area environment, and its planning efficiency improves by 32.9% and 15.5% respectively in a complex environment, and reaches convergence 400 and 100 sampling points earlier, the planning efficiency and success rate improved significantly, with shorter overall time consumption and better paths, which can reduce the energy consumption of the mobile robot itself and improve the overall work efficiency.

**Keywords:** path planning; trajectory optimization; narrow area sampling; probabilistic roadmap algorithm; Lévy flight

收稿日期:2022-12-10

<sup>\*</sup> 基金项目:国家自然科学基金(61863002)项目资助

## 0 引言

移动机器人在工农业生产、国防军事等领域具有广泛的应用,不仅可以进行运输、侦查等任务,在危险或狭窄的环境中还能代替人类进行检查、搜索和救援,为了确保移动机器人能高效准确地执行各项任务,需要其具有高效的路径规划算法。全局路径规划是基于环境地图的全局信息,寻找一条从起点到目标点的最优路径,常用的有 Dijkstra 算法<sup>[1]</sup>、A\* 算法<sup>[2]</sup>、快速搜索随机树算法<sup>[3]</sup>(rapid exploration random tree, RRT)、概率路线图法<sup>[4]</sup>(probabilistic roadmap, PRM)和跳点搜索算法<sup>[5]</sup>(jump point search, JPS)等。局部路径规划主要考虑机器人当前的局部信息进行实时的规划,常用算法有人工势场法<sup>[6]</sup>、动态窗口法<sup>[7]</sup>、蚁群算法<sup>[8]</sup>等。

基于采样的 RRT、PRM 等算法通过在空间中随机采样,然后将点相互连接起来,抽象出一个路线图来简化整个空间,对于解决复杂空间的路径规划尤为有效,但在解决有狭窄区域的路径规划中仍存在诸多不足。

常见的解决方法主要是对采样方法和连接过程的改进。Boor 等<sup>[9]</sup>提出了基于高斯采样的 PRM 算法,当随机采样点在自由空间中且靠近障碍物时才加入采样点合集。Hsu 等<sup>[10]</sup>提出桥测试算法(random bridge builder, RBB),其主要思想是在障碍物上构建桥梁,采样点位于桥的中点,该方法在狭窄通道中更容易建立,可生成大量的采样点。Shu 等<sup>[11]</sup>将桥测试算法与 K-means++ 聚类算法相结合,对桥进行正交实验,避免在转角处产生桥,增强窄道的连通率。Cao 等<sup>[12]</sup>对障碍物的密集程度进行自适应采样,保证窄道内采样点数量,提高规划成功率。文献<sup>[13]</sup>通过修改桥梁端点使得窄道内采样点分布更加均匀,对窄道内采样点进行节点扩展,提高规划效率。Chai 等<sup>[14]</sup>结合粒子群算法,利用 PRM 算法采样到的障碍中的点来探索自由空间,增加了狭窄通道的采样点数量,提升无向图的连通性。Chen 等<sup>[15]</sup>提出一种新的 PRM 采样策略,对障碍物中的采样点施加虚拟力,使其快速走出障碍并移动到自由空间的边界区域,同时定义虚拟力场,使采样点向自由空间的边界区域或采样密度较低的区域移动,增加了边界与狭窄通道的采样密度。

上述针对狭窄通道的改进采样方法虽然均提高了狭窄通道内的采样点个数,但仍是在障碍物周围采样,没有对采样点是否在狭窄通道内进行判断,出现了较多的无效采样点且增加了计算时间;同时未考虑移动机器人的运动学约束,实际运行中移动机器人的停滞转向降低了工作效率。

因此本文提出了一种结合莱维飞行的概率路线图法(Lévy-probabilistic roadmap, LPRM),该算法旨在提高移动机器人在具有窄道的复杂地图下路径规划的成功率以及工作效率。利用莱维飞行策略解决狭窄通道中采样困

难的问题,同时对莱维飞行步长系数进行自适应调节提高算法的采样效率,进一步增加延长碰撞测试来判断是否为窄道采样点,提升算法的采样质量,有效地提高了复杂场景下概率路线图的连通率;通过分段贝塞尔曲线对初步规划的路径进行优化,提高移动机器人工作的机动性,保证其工作的高效性。

## 1 LPRM 算法

基于采样的 PRM 算法进行的机器人路径规划是概率完备的,其基本思想如下:首先在地图中进行随机均匀采样,然后将采样点连接形成概率路线图,此时路径规划问题就转换成在概率路线图中的搜索问题,在采样点足够的情况下,找到路径的概率将不断趋近于 1。

在图 1 所示的狭窄环境中,传统 PRM 算法的采样点会大量集中在两侧的自由空间,窄道内采样点稀少,导致无法寻找到路径或更优路径。为了解决无效采样点过多的问题需要对地图进行预处理。

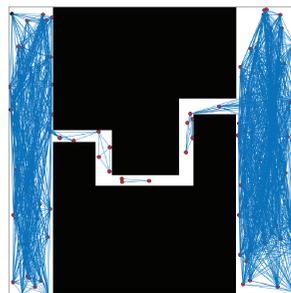


图 1 传统 PRM 算法采样

### 1.1 地图预处理

为了保证移动机器人的运行安全,先将环境地图进行二值化处理( $C_{free} = 1, Obs = 0$ ),通过形态学处理<sup>[16]</sup>提取地图上的障碍物边界,形态学边界提取公式如式(1)所示,通过适当的结构元素对给定地图进行腐蚀并求差集,边界提取结果如图 2 所示。根据提取边界的密集程度,将在拐点与窄道处进行更多的采样。

$$\beta(A) = A - (A \ominus B) \quad (1)$$

式中: $\beta(A)$ 为地图  $A$  中障碍物的边界集合; $\ominus$ 为腐蚀运算符; $B$ 为一个适当的结构元素,本文设定为  $5 \times 5$  pixels。

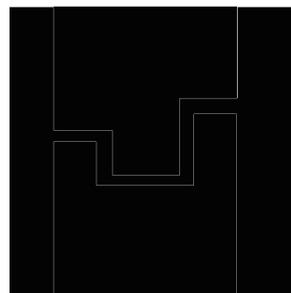


图 2 障碍物边界提取

### 1.2 莱维飞行窄道采样策略

莱维飞行属于随机漫步的一种<sup>[17]</sup>,其主要原理是模拟自然界中昆虫的飞行行为,即无规则地向任意方向前进任意距离,通常是短步长与偶尔的长步长相间。该行为能较好地提升搜索的范围与效率,本文窄道采样点的选取构成一个莱维飞行过程,Mantegna 算法<sup>[18]</sup>生成随机步长 Step 为:

$$Step = \frac{u}{|v|^{1/\beta}} \quad (2)$$

式中: $\beta$ 为调整莱维飞行稳定性的参数,本文根据实验经验设为 1.5; $u$ 、 $v$ 为服从式(3)的正态分布随机数。

$$\begin{cases} u \sim (0, \sigma^2) \\ v \sim (0, 1) \end{cases} \quad (3)$$

其中,标准差  $\sigma$  定义为:

$$\sigma = \left[ \frac{\Gamma(1+\beta) \sin\left(\frac{\pi\beta}{2}\right)}{2^{\frac{\beta-1}{2}} \beta \Gamma\left(\frac{1+\beta}{2}\right)} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (4)$$

式中: $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数。

高斯采样法<sup>[9]</sup>简单但大多采样点并不位于窄道内,无法保证路径规划的成功率;桥测试算法<sup>[10]</sup>的采样质量取决于桥梁的长度,当长度大于窄道时,采样效果较好;反之,则会识别不出窄道,从而在障碍物周围产生不必要的点,同时需 3 次碰撞测试,会使计算时间随障碍物数量的增加而增加。

因此,本文提出莱维飞行窄道采样策略,步骤如算法 1 所示,其基本思想为在障碍物内生成随机点  $P_0$ ,通过式(5)所示的莱维飞行函数进行莱维飞行,直到走出障碍物得到点  $P_1$ ,并进一步对其进行延长碰撞测试,确保点  $P_1$  位于窄道内。具体过程如图 3 所示。

$$P_1 = P_0 + \alpha \times Step \quad (5)$$

式中: $\alpha$ 为步长系数,标准莱维飞行中取 0.01。

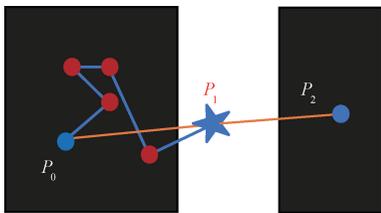


图 3 狭窄通道采样点的选取

#### 算法 1 莱维飞行窄道采样策略

输入:预处理所得窄道采样点数  $k$ ,采样点集合  $Closed\ list$ 。

输出:窄道采样点  $P_1$ 。

1. for  $i=1$  to  $k$  do
2.  $P_0 = random(map)$ ;

3. if  $P_0 \in Obs$  then
4.  $Step = u / |v|^{1/\beta}$ ;
5.  $P_1 \leftarrow P_0 + \alpha \times Step$ ;
6. if  $P_1 \in C_{free}$  then
7.  $P_2 \leftarrow extend\ P_0\ to\ P_1\ equidistantly$ ;
8. if  $P_2 \in Obs$  then
9. add  $P_1$  to  $Closed\ list$ ;
10. end
11. else
12.  $P_0 \leftarrow P_1$ ;
13. end
14. end
15.  $i = i + 1$ ;
16. end
17. Return  $P_1$ ;

该策略运用莱维飞行方向与步长随机的性质,在相同步数或路程的情况下,莱维飞行将比其余算法更快速地走出障碍,但与高斯采样法一样存在不在窄道内的无效采样点。为此通过增加延长碰撞测试,确保采样点位于窄道内,将最后一次飞行结果进行等距离延长并进行碰撞测试,若通过测试则该点为窄道采样点。虽然与桥测试算法一样进行了 3 次碰撞测试,但通过最后的延长碰撞测试提高了算法的采样质量,保证规划成功率。

在复杂工况下,使用标准步长系数增加了采样时间,降低了移动机器人的工作效率,因此本文对步长系数  $\alpha$  的选取进行优化,使其能根据障碍物的大小与地图复杂度进行自适应调节,从而提高算法的采样效率。自适应步长系数为:

$$\alpha = \exp\left(1 + \frac{S_i}{S_o} \times \frac{h}{500}\right) \quad (6)$$

式中: $S_i$ 、 $S_o$ 分别为当前所在障碍面积与地图中总障碍物面积; $h$ 为地图的复杂度。

地图的横向汉明复杂度与纵向汉明复杂度<sup>[19]</sup>为:

$$x_{-}(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^m HammingDist(a_i, a_{i+1}) \quad (7)$$

$$y_{-}(\mathbf{A}) = x_{-}(\mathbf{A}^T) \quad (8)$$

由二值化后地图矩阵的横向汉明距离<sup>[20]</sup>之和与纵向汉明距离之和求均值得到:

$$h = \frac{x_{-}(\mathbf{A}) + y_{-}(\mathbf{A})}{2} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{A}$ 为二值化后的地图矩阵; $m$ 、 $n$ 分别为矩阵的行数与列数; $HammingDist(\cdot)$ 为计算相邻两行或两列汉明距离的函数; $a_i$ 表示矩阵  $\mathbf{A}$  第  $i$  列。

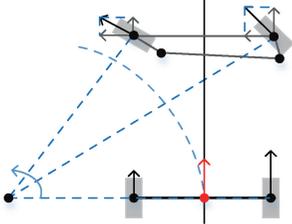
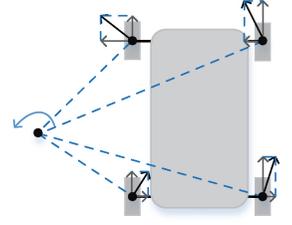
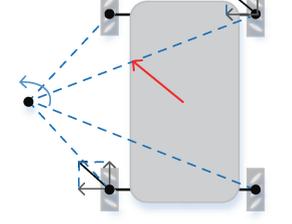
### 1.3 轨迹优化

移动机器人以轮式最为常见,结构简单和适用性强,广泛的应用于无人送货车、景区引导机器人等。

常见轮式机器人构型及对比如表 1 所示。麦克纳姆

轮虽然机动性强,但其磨损快、载重能力不强。四轮驱动机器人通过滑动摩擦转弯,会对轮子及地面造成磨损,同时会发生滑移难以进行精确的控制。因此通常使用能精准控制、越障能力较好的阿克曼式机器人进行作业。

表 1 常见轮式机器人对比

构型	运动分析	优缺点
阿克曼式机器人		能精准控制、负载大和越障性能较好。
四轮驱动机器人		负载和越障性能较好,但容易造成磨损,难以精确控制。
麦克纳姆轮全向机器人		能全方向移动,但磨损快、载重和越障能力不强。

传统 PRM 算法采样的随机性导致规划出的路径拐点多、拐角大,造成路径曲折,当阿克曼式机器人对曲折路径进行轨迹跟随时,拐点处频繁的停驻转向增加了机器人的运行能耗和运行时间,不符合其运动学与动力学模型约束,因此需要对轨迹进行优化处理,使得生成的轨迹曲线曲率连续且容易进行跟随。

在搜索路径阶段,连接路径过多会增加计算量与耗时,通过约束两采样点间的连接长度来提升搜索效率。

贝塞尔曲线<sup>[21]</sup>是曲率连续的,本文使用贝塞尔曲线对 LPRM 算法规划出的路径进行平滑处理,确保机器人运行轨迹的连续。 $n$  阶贝塞尔曲线公式如式(10)所示,高阶贝塞尔曲线稳定性较差且算法规划路径所用采样点数量较少,难以进行有效地优化,因此本文分段采用二阶贝塞尔曲线对路径进行平滑处理。由于对地图进行了预处理,同时使用所提莱维飞行窄道采样策略,窄道内生成了足够数量的采样点,保证了窄道内轨迹优化的可行性。

$$P_n(t) = \sum_{i=0}^n C_n^i (1-t)^{n-i} t^i P_i \quad (10)$$

二阶贝塞尔曲线表达式如下:

$$P_2(t) = (1-t^2)P_0 + 2t(1-t)P_1 + t^2P_2 \quad (11)$$

式中: $P_0, P_1, \dots, P_n$  分别为贝塞尔曲线的控制点; $t \in [0, 1]$ 用于控制曲线曲率。

为了确保分段贝塞尔曲线进行拼接后曲率的连续,取每两段路径的中点及交点作为贝塞尔曲线的控制点,分别取点  $P_2$  以及  $P_1, P_2$  和  $P_2, P_3$  的中点生成贝塞尔曲线  $B_{12}$  如图 4(a)所示,若曲线经过障碍则继续取中点生成曲线  $B'_{12}$ ,最终连接形成一条平滑连续的轨迹。

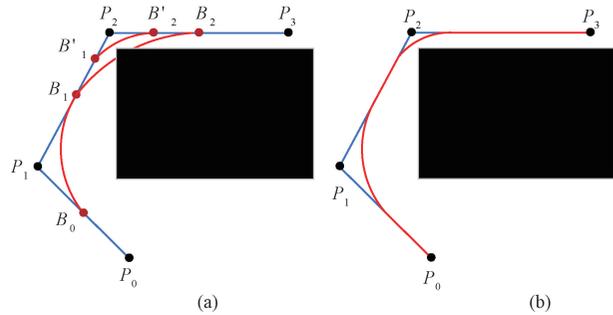


图 4 路径平滑处理

### 1.4 LPRM 算法流程

本文所提 LPRM 算法的流程如图 5 所示。

- 1)对环境地图进行预处理,膨胀障碍并进行边界提取。
- 2)设置起止点、总采样点数量等参数并计算所需窄道采样点数量。
- 3)生成随机点并进行碰撞测试。
- 4)计算地图复杂度来确定莱维飞行的步长系数并进行莱维飞行。
- 5)对新生成的点进行碰撞测试,若不通过则继续进行莱维飞行,否则进行延长碰撞测试,若通过则将该点加入为采样点集合,反之舍弃,返回步骤 3)。
- 6)均匀随机采样并将通过碰撞测试的点加入采样点集合。
- 7)设置连接阈值,两两连接采样点,生成概率路线图,使用 A\* 算法搜索出最短路径的集合。
- 8)取最短路径集合中两两相邻路径的中点与交点作为 3 个贝塞尔控制点,进行轨迹优化,若通过碰撞测试将其加入优化后路径集,否则继续取中点进行优化。
- 9)结束进程,返回优化后路径集。

## 2 仿真实验

为验证 LPRM 算法的有效性,仿真实验在 MATLAB2020b 上进行,实验环境配置为 Windows10,处理器 Intel(R) Core (TM) i7-8700K CPU @ 3.70 GHz, RAM 16 GB。同时为了体现算法对地图的普适性,分别设计了图 6 所示  $800 \times 800$  pixels 的 3 种不同地图环境,并与传统 PRM 算法和桥测试算法进行对比分析。3 种地图的汉明复杂度分别为 3 436、1 597 和 5 404。

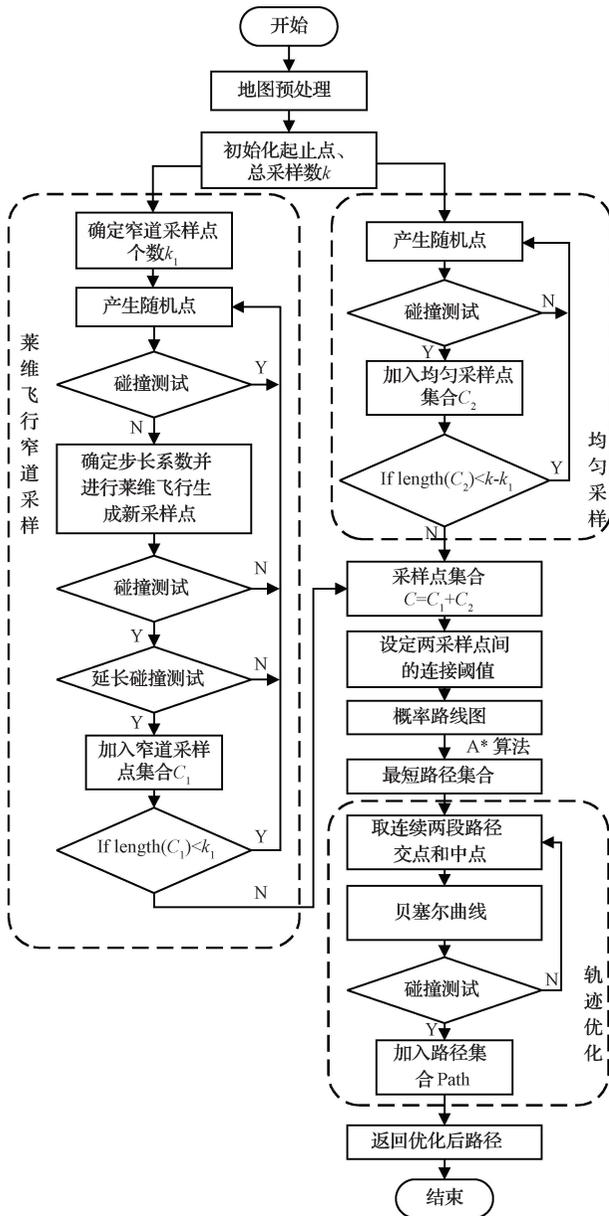


图5 LPRM算法流程

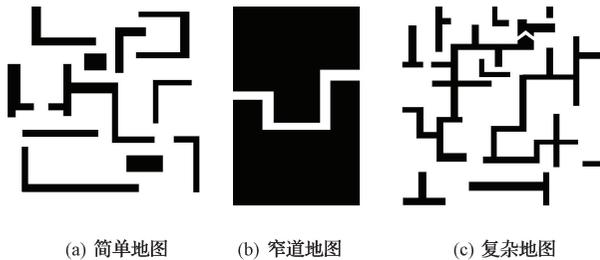


图6 实验环境地图

### 2.1 简单地图环境

在简单地图中,将采样点数  $N$  从 100 逐步递增至 200,运行 500 次结果如图 7 所示, $N=200$  时的运行结果如图 8 所示。

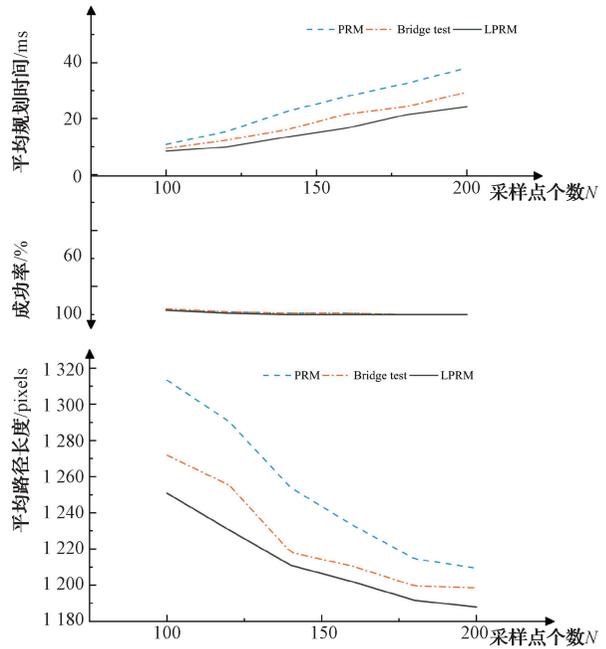


图7 简单地图环境运行结果对比

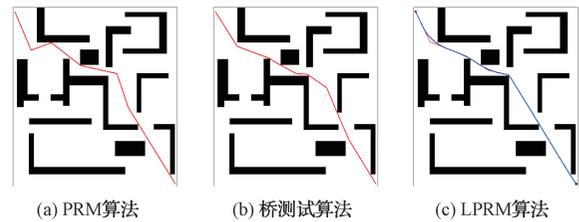


图8 简单地图规划结果

在简单地图环境下,采样点数量相同时 3 种算法的成功率基本一致,路径略有缩短,但 LPRM 算法的平均规划时间相比 PRM 算法和桥测试算法分别提升了 36.5%、14.7%。

### 2.2 窄道地图环境

在窄道地图中,将采样点数  $N$  从 150 逐步递增至 500,运行 500 次的结果如图 9 所示,图 10 所示为  $N=300$  时 3 种算法的运行结果。

在窄道地图环境下,LPRM 算法与桥测试算法在  $N=200$  时达到收敛,成功率相比 PRM 算法提高了 60%;在路径长度优化方面,LPRM 算法的平均路径长度为 1 601.59 pixels,相比 PRM 算法和桥测试算法分别减少了 49.09、9.32 pixels;在规划时间方面,LPRM 算法相比 PRM 算法和桥测试算法,规划效率高提升了 35.1%、32.2%且随着采样点个数的增加,效率的增长更快。

### 2.3 复杂地图环境

在具有狭窄区域的复杂地图中,将采样点数  $N$  从 200 逐步递增至 600,运行 500 次的结果如图 11 所示, $N=300$  时 3 种算法的运行结果如图 12 所示。

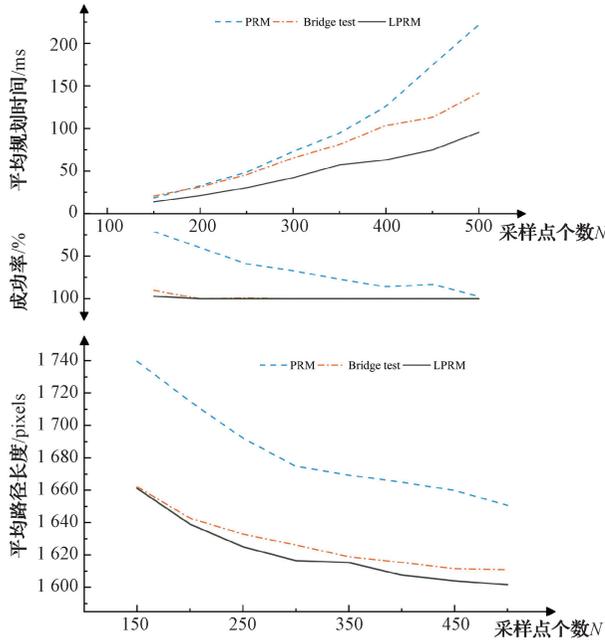


图9 窄道地图环境运行结果对比

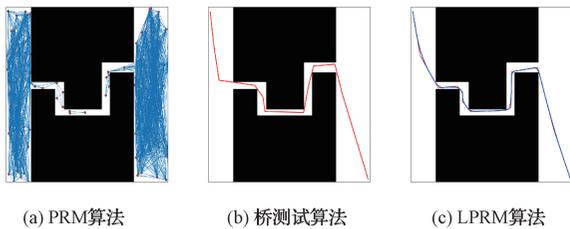


图10 窄道地图环境运行结果对比

移动机器人在具有狭窄区域的复杂地图中,根据所提出的莱维飞行窄道采样策略,将会更加偏好于通过窄道来探索到更优路径。

在规划成功率方面,LPRM算法在 $N=300$ 时趋于收敛,相比PRM算法和桥梁检测算法分别提前了100和400个采样点,这得益于对地图的预处理以及采样中增加的延长碰撞测试,通过提升采样点的质量,保证了路径规划的成功率。

在规划效率提高方面,LPRM算法相比PRM算法和桥测试算法,规划效率分别提升了32.9%、15.5%,随着采样点个数的增加,效率的增长更快。虽然LPRM算法与桥测试算法都需要进行3次碰撞测试,但由于莱维飞行的步长特性,导致莱维飞行采样效率更高,尽管增加了延长碰撞测试,规划效率也优于其他算法。

在路径长度优化方面,LPRM算法的平均路径长度为1844.26 pixels,相比PRM算法和桥梁检测算法减少了270.58、21.12 pixels,这得益于高质量的窄道采样点以及对路径进行的优化处理,保证了路径相较更优。

通过3种不同地图环境的仿真实验结果表明,在不同

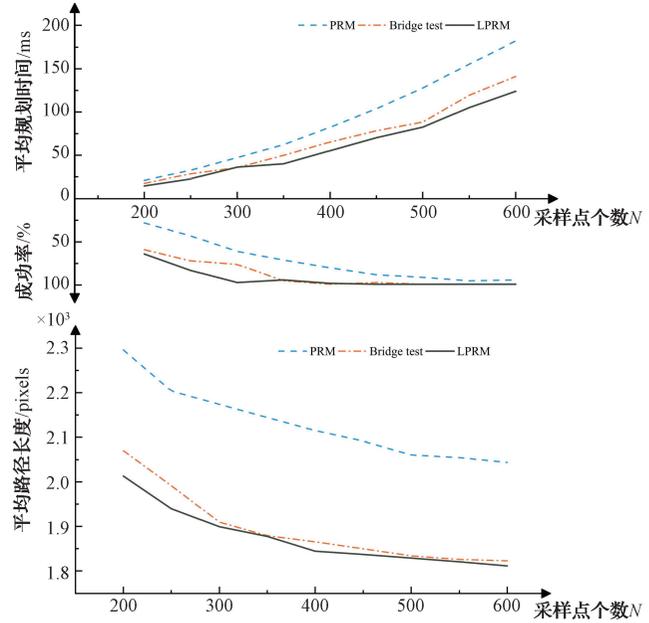


图11 复杂地图环境运行结果对比

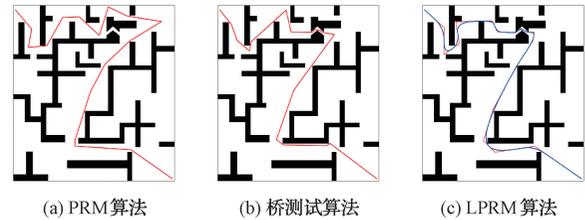


图12 复杂道地图环境运行结果对比

地图环境下,所提LPRM算法相较于其余算法均更优,规划成功率高且随着采样点数量的增加该算法更容易达到收敛,同时规划耗时与路径长度更短。

## 2.4 轨迹曲率分析

对复杂地图下达到收敛时轨迹的曲率进行计算并将结果如图13所示。未优化前的轨迹曲率为0或无穷大,不连续的曲率导致移动机器人频繁的停滞。LPRM算法通过对轨迹的优化,规划出曲率连续的的轨迹且曲率的变化率连续,提高了路径质量,较好地减少了移动机器人的运行时间、路径长度与能量损耗。

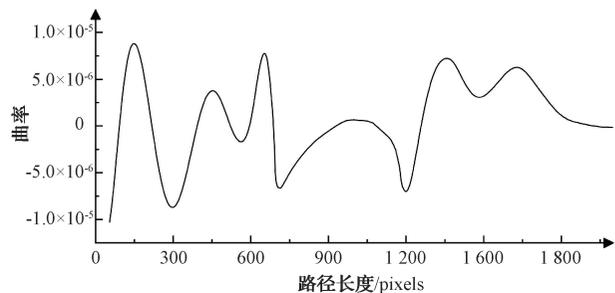


图13 曲率变化曲线

### 3 结论

针对概率路线图法在狭窄区域采样困难导致无法高效、顺利地规划路径的问题,提出一种新的LPRM算法用于移动机器人的路径规划,该算法关键点在于提出的莱维飞行窄道采样策略,提升采样速率,且可以进行狭窄通道判断,在全图中筛选出狭窄通道内的采样点,提高窄道内的采样点数量与质量,进而保证路径规划的成功率;最后,通过分段贝赛尔曲线生成平滑且曲率连续的轨迹,优化路径以满足轮式机器人的运动学约束,保证了其运行的机动性。实验表明,LPRM算法能有效地解决存在狭窄区域时路径规划困难的问题,提高路径规划速度,在确保路径安全的前提下进一步提高移动机器人的工作效率,在提升工作质量的同时降低其运行能耗。

#### 参考文献

- [1] DIJKSTRA E W. A Note on Two Problems in Connexion with Graphs[M]. Edsger Wybe Dijkstra: His Life, Work, and Legacy, 2022: 287-290.
- [2] 张建光,张方,陈良港,等.基于改进A\*算法的自动引导车的路径规划[J].国外电子测量技术,2022,41(1):123-128.
- [3] 黄壹凡,胡立坤,薛文超.基于改进RRT-Connect算法的移动机器人路径规划[J].计算机工程,2021,47(8):22-28.
- [4] BOHLIN R, KAVRAKI L E. Path planning using lazy PRM[C]. Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No. 00CH37065). IEEE, 2000, 1: 521-528.
- [5] 黄智榜,胡立坤,张宇,等.基于改进跳点搜索策略的安全路径研究[J].计算机工程与应用,2021,57(1):56-61.
- [6] 许万,程兆,朱力,等.一种基于改进人工势场法的局部路径规划算法[J].电子测量技术,2022,45(19):83-88.
- [7] 迟旭,李花,费继友.基于改进A\*算法与动态窗口法融合的机器人随机避障方法研究[J].仪器仪表学报,2021,42(3):132-140.
- [8] 杨立炜,付丽霞,王倩,等.多层优化蚁群算法的移动机器人路径规划研究[J].电子测量与仪器学报,2021,35(9):10-18.
- [9] BOOR V, OVERMARS M H, VAN DER STAPPEN A F. The Gaussian sampling strategy for probabilistic roadmap planners[C]. Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 99CH36288C). IEEE, 1999: 1018-1023.
- [10] HSU D, JIANG T, REIF J, et al. The bridge test for sampling narrow passages with probabilistic roadmap planners [C]. 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (cat. no. 03CH37422). IEEE, 2003: 4420-4426.
- [11] SHU X, NI F, ZHOU Z, et al. Locally Guided Multiple Bi-RRT\* for Fast Path Planning in Narrow Passages[C]. 2019 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). IEEE, 2019: 2085-2091.
- [12] CAO K, CHENG Q, GAO S, et al. Improved PRM for path planning in narrow passages[C]. 2019 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). IEEE, 2019: 45-50.
- [13] 付久鹏,曾国辉,黄勃,方志军.基于双向快速探索随机树的狭窄通道路径规划[J].计算机应用,2019,39(10):2865-2869.
- [14] CHAI Q, WANG Y, HE Y, et al. Improved PRM path planning in narrow passages based on PSO[C]. 2022 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA), 2022:41-46.
- [15] CHEN G, LUO N, LIU D, et al. Path planning for manipulators based on an improved probabilistic roadmap method [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 72: 102196.
- [16] AQUINO A, GEGÚNDEZ-ARIAS M E, MARÍN D. Detecting the optic disc boundary in digital fundus images using morphological, edge detection, and feature extraction techniques[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2010, 29(11): 1860-1869.
- [17] SHLESINGER M F, KLAFTER J. Lévy walks versus Lévy flights [M]. On Growth and Form. Dordrecht:Springer, 1986: 279-283.
- [18] MANTEGNA R N. Fast, accurate algorithm for numerical simulation of Levy stable stochastic processes[J]. Physical Review E, 1994, 49(5): 4677-4683.
- [19] 李艳,李铁松,陈彩,等.一种基于相对海明距离的地图复杂性度量[J].计算机工程,2012,38(7):10-12.
- [20] NOROUZI M, FLEET D J, SALAKHUTDINOV R R. Hamming distance metric learning[C]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2012.
- [21] FARIN G. Algorithms for rational Bézier curves[J].

Computer-Aided Design, 1983, 15(2): 73-77.

E-mail:825953870@qq.com

作者简介

胡立坤(通信作者),博士,教授,主要研究方向为机器人控制、机器视觉、自动化和人工智能等。

徐大也,硕士研究生,主要研究方向为移动机器人的路径规划。

E-mail:hk3email@163.com