

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2312606

改进的 S 曲线时间最优点到点多轴同步算法

王新达 孙祥溪 吴翔 常慧娟 张健

(北京无线电计量测试研究所 北京 100854)

摘要:针对传统 S 曲线模型存在的加加速度值不连续从而影响设备精度和使用寿命的问题,提出了一种新的轨迹规划及多轴同步算法。首先,采用分段三角函数构造了一种无限可微的 15 段加加速度模型,在此基础上插补出满足运动学约束的点到点时间最优轨迹,最终推导得到最小速度下的点到点多轴同步算法的参数化表达。该方法计算简单且能够得到解析解,同时可以保证生成的曲线平滑无冲击。仿真实验表明,所提出的方法与传统 S 曲线相比,总规划时间增加不超过 5% 的同时可生成连续平滑的轨迹,验证了所提出方法的正确性和有效性。

关键词: 轨迹规划;多轴同步;S 曲线

中图分类号: TP249 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8050

Time-optimal point-to-point multi-axis synchronization algorithm based on improved S-curve

Wang Xinda Sun Xiangxi Wu Xiang Chang Huijuan Zhang Jian

(Beijing Institute of Radio Metrology and Measurement, Beijing 100854, China)

Abstract: Aiming at the problem that the jerk value is discontinuous in the traditional S-curve model, which affects the accuracy and service life of the equipment, a new trajectory planning and multi-axis synchronization algorithm are proposed. Firstly, an infinitely differentiable 15-segment jerk model is constructed based on the piecewise trigonometric function, then the time-optimal point-to-point trajectory satisfying the kinematic constraints is interpolated, and finally, the parametric expression of point-to-point multi-axis synchronization algorithm with minimum velocity is derived. The method is simple to calculate and can obtain analytical solutions, and at the same time, it can ensure that the generated curve is smooth. The simulation show that the proposed method can generate continuous smooth trajectories while increasing the total planning time by less than 5% compared with the conventional S-curve. Therefore, the correctness and effectiveness of the proposed method are verified.

Keywords: trajectory planning; multi-axis synchronization; S-curve

0 引言

轨迹规划^[1-3]的目标是根据给定任务的几何约束和机械限位等为控制系统提供最佳的参考输入。在工业领域中,轨迹的时间最优性^[4-6]通常被认为是衡量工作效率所考虑的首要因素,此外,更小的计算量以及多轴运动时的同步性保证也是实际应用中需要权衡的重要指标。因此,高效、实时且通用的轨迹规划方法以及多轴同步控制策略的研究深具意义。

标准三阶多项式 S 曲线^[7]是一种高效的轨迹规划方法,由于其具备时间最优性和良好的解析性质,因此学术界进行了大量的应用和改进^[8-10]。但是,多数现有 S 曲线模型中加速度(jerk)值不连续仍然是一个较为致命的缺陷,

某些目标点存在的瞬时跳变会严重影响设备的精度和使用寿命。针对此问题,文献[11]中尝试通过设计四阶及更高阶多项式 S 曲线以保证多阶连续,增加平滑性,但阶次的增加会导致计算负担较大,且很难获得解析解;文献[12-13]中利用正弦函数设计 jerk 模型以保证曲线平滑,文献[14]利用平移余弦函数设计 jerk 模型,可保证轨迹四阶连续,但诸如此类利用单纯的三角函数构造模型的方法会导致加速度和 jerk 只能在较少点上达到最大值,驱动系统的动态能力的开发显然不足;文献[15]利用两段双曲正切函数构造衔接点在匀速段的 S 曲线,并将其与跟踪微分器结合,生成了高阶连续的点到点运动轨迹,实现了加速、匀速、减速过程的轨迹平滑过渡,在一定程度上减少了加减速之间切换过程中的冲击,但是由于加入了跟踪微分器,极大增加了

启停段时间,导致规划效率较低;文献[16]中基于 Sigmoid 函数设计 jerk 曲线,提出一种三阶约束下的无限可微模型,并据此推导了点点到点多轴同步算法,该方法模型简单,且系统动态性能优良,因此具有较高参考价值。

为保证 S 曲线模型系统效率无明显变化的同时实现各阶轨迹平滑无冲击,本文基于传统 S 曲线插补思想提出了一种新的规划和同步方法。首先,采用分段三角函数构造了一种无限可微的 jerk 模型,确定了连续平滑的 15 段曲线,从而根据系统起始、终止约束以及三阶运动学约束插补出点到点时间最优轨迹,最终推导出最小速度下的点到点多轴同步算法的参数表达。

1 jerk 曲线构造及数学定义

标准三阶多项式 S 曲线作为最常用的模型之一,具有封闭的表达式,其 jerk 模型十分简单:

$$Jerk(t) = \begin{cases} J_m, & t_0 \leq t < t_1, t_6 \leq t < t_7 \\ 0, & t_1 \leq t < t_2, t_3 \leq t < t_4, t_5 \leq t < t_6 \\ -J_m, & t_2 \leq t < t_3, t_4 \leq t < t_5 \end{cases} \quad (1)$$

式中: J_m 为给定的系统最大 Jerk 约束。如图 1 所示,其运动轨迹共由 7 段组成,分别为:以恒定 J_m 使加速度从 0 增加至给定的最大加速度 A_m ;以恒定 A_m 加速;以恒定 $-J_m$ 使加速度从 A_m 减到 0,速度达到给定的最大值 V_m ;以恒定 V_m 匀速运动;以恒定 $-J_m$ 使加速度从 0 减到 $-A_m$,速度开始减小;以恒定 $-A_m$ 减速;以恒定 J_m 使加速度从 $-A_m$ 增加至 0。其中,前 3 段和后 3 段分别构成系统加速和减速阶段,中间段为速度的巡航阶段,即以恒定 V_m 进行运动的阶段,此外,由于加、减速阶段系统参数保持一致,因此 S 曲线的运动轨迹具有关于中间时刻的对称性,这一点也是其保证时间最优性的必要条件。

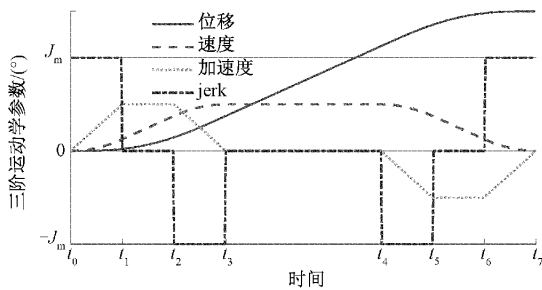


图 1 标准三阶多项式 S 曲线模型

此外,带有限幅的积分系统都能够通过阶跃控制量来实现时间最优的目标,而标准 S 曲线本身可以看作一个带有限幅的三阶积分系统,关于时间的位置函数可以利用对控制量 jerk 的多次积分推导出来,因此只要确定每一阶段的系统输入 jerk 值以及所有段的时间序列即可确定唯一的一条时间最优曲线。

虽然标准 S 曲线具备时间最优的性质以及良好的解析

性,然而也存在明显的缺陷,从图 1 中可以看到,其所采用的 jerk 模型虽然能够保证整个运动过程的加速度连续以减少执行器和机械结构的部分应力,但轨迹中的 jerk 在某些时刻的瞬时跳变会导致系统存在冲击和振动,这会严重影响设备使用寿命,而且伴随着额外的系统稳定时间,也会降低位置精度。因此考虑设计具有无限可微性质的 jerk 模型具有重要意义。

文献[16]中指出:15 段是保证时间最优且 jerk 连续的三阶 S 曲线轨迹所需的最小段数。此外,为了确保所构造的 jerk 曲线平滑以及避免出现各阶导数在某些点处跳变的问题,因此在满足三阶带宽参数限制和起始、终止处二阶零状态的约束下,本文尝试设计 jerk 模型为:

$$Jerk(t) = \begin{cases} \frac{J_m}{2}[1 - \cos(nt)], & t_0 \leq t < t_1, t_{12} \leq t < t_{13} \\ J_m, & t_1 \leq t < t_2, t_{13} \leq t < t_{14} \\ \frac{J_m}{2}[1 + \cos(nt)], & t_2 \leq t < t_3, t_{14} \leq t < t_{15} \\ 0, & t_3 \leq t < t_4, t_7 \leq t < t_8, t_{11} \leq t < t_{12} \\ -\frac{J_m}{2}[1 - \cos(nt)], & t_4 \leq t < t_5, t_8 \leq t < t_9 \\ -J_m, & t_5 \leq t < t_6, t_9 \leq t < t_{10} \\ -\frac{J_m}{2}[1 + \cos(nt)], & t_6 \leq t < t_7, t_{10} \leq t < t_{11} \end{cases} \quad (2)$$

式中: n 是用来调节 jerk 曲线的超参数, J_m 同样为 jerk 的最大值, $t_i (i = 0, 1, \dots, 15)$ 表示每个轨迹段的时间边界。如图 2 所示,整个轨迹由 15 段连续平滑曲线组成,轨迹是无限可微的,每段曲线的运行时间记为 $T_i = t_i - t_{i-1} (i = 1, 2, \dots, 15)$,由于 $Jerk(t)$ 的对称性,且加减速时间段相同,因此作如下数学定义以便于后续推导:

- t_s : jerk 值从 0 变化至 $\pm J_m$ (或从 $\pm J_m$ 变化至 0) 的时间, $t_s = T_1 = T_3 = T_5 = T_7 = T_9 = T_{11} = T_{13} = T_{15}$;
- t_c : jerk 值恒定保持为 $\pm J_m$ 的巡航时间, $t_c = T_2 = T_6 = T_{10} = T_{14}$;
- t_a : 加速度恒定为 $\pm A_m$ 的巡航时间, $t_a = T_4 = T_{12}$;
- t_v : 速度恒定为 V_m 的巡航时间, $t_v = T_8$;
- t_j : 加速度从 0 变化至 $\pm A_m$ (或从 $\pm A_m$ 变化至 0) 的时间, $t_j = 2t_s + t_c$ 。

2 单轴点到点时间最优轨迹

单轴点到点时间最优轨迹可以描述为:在给定的某一执行器目标位移和一组三阶运动带宽(最大速度、最大加速度、最大 jerk)条件下,要求所生成的执行器轨迹在满足模型约束的同时能够以最短的时间到达目标位置。根据前面对 S 曲线性质的描述,已经知道,核心问题是获得各阶段运动输入序列 jerk 值以及时间序列 T_i 的求解,最后通过积

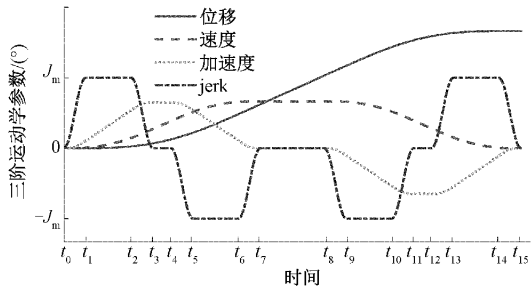


图2 基于分段三角函数的改进S曲线模型

分运算即可生成轨迹。而对于本文设计的15段jerk模型,实际上只需求解出不同情况下的4个时间段: t_s, t_c, t_a, t_v ,然后将其按照 $T_1 \sim T_{15}$ 组成分段轨迹的时间序列即可。

首先进行一些必要参数的推导,通过积分可求得jerk从0增到最大值 J_m 时加速度 A_s :

$$A_s = \frac{J_m}{2} \int_0^{\frac{\pi}{n}} [1 - \cos(nt)] dt = \pi \frac{J_m}{2n} \quad (3)$$

同理通过积分可得到此时速度 V_s 和位移 S_s 。 J_m 的巡航时间为 $t_c = \frac{A_m - 2A_s}{J_m}$,因为一定有 $t_c \geq 0$,所以一旦 $A_m < 2A_s$,则可令 $n = \pi \frac{J_m}{A_m}$,从而使得 $A_m = 2A_s$,即 $t_c = 0$ 。根据所设计的jerk曲线,可以得到:

$$t_s = \frac{\pi}{n} \quad (4)$$

加速度从0加至 A_m 的时间为:

$$t_j = 2t_s + t_c = \frac{\pi}{n} + \frac{A_m}{J_m} \quad (5)$$

设 t_j 时间引起的速度变化量为 V_j :

$$V_j = \frac{nA_m^2 + \pi J_m A_m}{2nJ_m} = t_j \frac{A_m}{2} \quad (6)$$

由于有 $2V_j \leq V_m$,所以当 $2V_j > V_m$ 时,令 $2V_j = V_m$,则有:

$$n = \pi \frac{A_m J_m}{V_m J_m - A_m^2} \quad (7)$$

相应 t_j 时间引起位移变化量 S_j :

$$S_j = \frac{A_m^3}{6J_m^2} + \frac{\pi A_m^2}{4nJ_m} + A_m \frac{\pi^2 - 4}{4n^2} \quad (8)$$

加速度巡航时间:

$$t_a = \frac{V_m - 2V_j}{A_m} = \frac{V_m}{A_m} - \frac{A_m}{J_m} - \frac{\pi}{n} \quad (9)$$

进而可以计算速度从0上升至 V_m 过程的总位移:

$$S_{up} = \frac{V_m A_m}{2J_m} + \frac{V_m^2}{2A_m} + \frac{V_m \pi}{2n} \quad (10)$$

以及相应时间 t_{up} :

$$t_{up} = 2t_j + t_a = \frac{A_m}{J_m} + \frac{V_m}{A_m} + \frac{\pi}{n} \quad (11)$$

因为在实际位移或运动学约束本身的限制下,很有可

能导致一个或多个具有恒定速度或恒定加速度的过程不存在,即很多情况下并非所有15段曲线都能出现在运动轨迹中,此时的S曲线轨迹将不会以参数的最大值执行。因此,可以根据执行器的位移值的情况进行分类讨论。

当 $S_r > 2S_{up}$ 时,系统可以保证速度提升至最大值,此时可以得出时间序列为:

$$\begin{cases} t_s = \frac{\pi}{n} \\ t_c = \frac{A_m}{J_m} - \frac{\pi}{n} \\ t_a = \frac{V_m - 2V_j}{A_m} \\ t_v = \frac{S_r - 2S_{up}}{V_m} \end{cases} \quad (12)$$

当 $2S_j < S_r \leq 2S_{up}$ 时:

$$nJ_m \tilde{V}^2 + (nA_m^2 + \pi A_m J_m) \tilde{V} - nA_m J_m S_r = 0 \quad (13)$$

式中: \tilde{V} 为此时能达到的最大速度,下文也称顶点速度。根据上述方程可知,对称轴位于负半轴,所以取正根即可,

因此同样可求得 \tilde{V} 以及各时间段:

$$\begin{cases} t_s = \frac{\pi}{n} \\ t_c = \frac{A_m}{J_m} - \frac{\pi}{n} \\ t_a = \frac{\tilde{V} - 2V_j}{A_m} \end{cases} \quad (14)$$

当 $2S_s < S_r \leq 2S_j$ 时有:

$$2n^2 \tilde{A}^3 + 4n\pi J_m \tilde{A}^2 + 2(nJ_m)^2 \tilde{A} - (nJ_m)^2 S_r = 0 \quad (15)$$

式中: \tilde{A} 为此时的顶点加速度,通过计算可得出 \tilde{A} 及各时间段:

$$\begin{cases} t_s = \frac{\pi}{n} \\ t_c = \frac{\tilde{A}}{J_m} - \frac{\pi}{n} \end{cases} \quad (16)$$

同理,当 $0 < S_r \leq 2S_s$ 时,可以得到:

$$8J_m \pi^3 = S_r \Rightarrow t_s = \frac{\pi}{n} \quad (17)$$

3 最小速度下的点到点多轴同步

基于以上模型及参数化方程,进一步推导三阶运动学参数约束下的点到点多轴同步算法。时间约束下的最小速度的同步问题的本质即根据给定目标位移 S_r 、系统最大速度 V_m 、最大加速度 A_m 和最大jerk值 J_m ,求解出期望运行时间 t_r 下恰好能够完成 S_r 的最小速度 \tilde{V} ,进而根据此参

数求得曲线最终的时间序列。因此,接下来进行最小带宽参数的求解。

首先,设轴运动的最大可达距离为 f_s , 给定目标时间 t_r 下可以求解出:

$$f_s = \begin{cases} \frac{t_r A_m V_m}{2} - \frac{V_m A_m^2}{2J_m} - \frac{V_m A_m \pi}{2n} - \frac{V_m^2}{2}, & 2t_{up} \leq t_r \\ \frac{A_m t_r^2}{4} - \frac{t_r A_m^2}{2J_m} - \frac{t_r A_m \pi}{2n}, & 4t_j \leq t_r < 2t_{up} \\ \frac{J_m t_r^3}{32} - \frac{J_m t_r^2 \pi}{8n}, & 8t_s \leq t_r < 4t_j \\ \frac{J_m t_r^3}{64}, & 0 \leq t_r < 8t_s \end{cases} \quad (18)$$

式中: $t_{up} = \frac{A_m}{J_m} + \frac{V_m}{A_m} + \frac{\pi}{n}$; $t_j = \frac{A_m}{2J_m} + \frac{\pi}{2n}$; $t_s = \frac{\pi}{n}$ 。用 S_v 表示位移的下界,有:

$$S_v = 4V_j t_j + 2V_j(t_r - 4t_j) = 2V_j(t_r - 2t_j) \quad (19)$$

当 $t_r \in [4t_j, +\infty)$, 速度在 $[2V_j, \tilde{V})$ 的范围内变化, 只要位移足够的大, 速度的变化不会引起加速度的改变, 此时利用 \tilde{V} 来表示此时的 t_a :

$$\begin{cases} t_a = \frac{\tilde{V} - 2V_j}{V_j} \\ t_v = t_r - 2t_a - 4t_j \end{cases} \quad (20)$$

位移下界:

$$S_v = S_{2V_j} = 4V_j t_j + 2V_j(t_r - 4t_j) \quad (21)$$

因此有 $S_{2V_j} < S_r \leq f_s$, 此时的距离可表示为:

$$S_r = (t_r - 2t_a - 4t_j)\tilde{V} + \frac{\tilde{V}A_m}{J_m} + \frac{\tilde{V}^2}{A_m} + \frac{\tilde{V}\pi}{n} \quad (22)$$

整理为关于顶点速度 \tilde{V} 的方程:

$$\tilde{V}^2 + A_m(2t_j - t_r)\tilde{V} + A_m S_r = 0 \quad (23)$$

最终可得:

$$\tilde{V} = A_m \frac{b + \sqrt{b^2 - 4bS_r}}{2} \quad (24)$$

式中: $b = t_r - 2t_j$ 。

$$\begin{cases} t_s = \frac{\pi}{n} \\ t_c = \frac{A_m}{J_m} - \frac{\pi}{n} \\ t_a = \frac{\tilde{V} - 2V_j}{A_m} \\ t_v = t_r - 2t_a - 4t_j \end{cases} \quad (25)$$

当 S_r 减小, 系统不具备足够的距离导致加速度不饱

和, 使得加速度在 $[2A_s, A_m)$ 的范围内变化, 计算位移的临界值, 此时有:

$$\begin{cases} V_j = \frac{2J_m^2}{n^2} \\ t_j = \frac{2\pi}{n} \end{cases} \quad (26)$$

此时位移下界为 S_{2A_s} :

$$S_{2A_s} = 2V_j(t_r - 2t_j) = \frac{2J_m \pi^2 (nt_r - 4\pi)}{n^3} \quad (27)$$

因此有 $S_{2A_s} < S_r \leq S_{2V_j}$, 此时距离可表示为:

$$S_r = 2V_j(t_r - 2t_j) = \tilde{A} t_j(t_r - 2t_j) \quad (28)$$

整理关于顶点加速度 \tilde{A} 的方程:

$$2\tilde{A}^3 + J_m(4t_s - t_r)\tilde{A}^2 + t_s J_m^2(2t_s - t_r)\tilde{A} + J_m^2 S_r = 0 \quad (29)$$

最终可计算得到 \tilde{A} 以及各段时间:

$$\begin{cases} t_s = \frac{\pi}{n} \\ t_c = \frac{\tilde{A}}{J_m} - \frac{\pi}{n} \\ t_a = 0 \\ t_v = t_r - 8t_s - 4t_c \end{cases} \quad (30)$$

当 S_r 再减小, 使得加速度不饱和, 加速度在 $[0, 2A_s)$ 的范围内变化时, 距离为:

$$2\pi^2 J_m(4\pi - nt_r) + n^3 S_r = 0 \quad (31)$$

类似求解的过程不再赘述, 最终同样可求得各时间段。至此, 完成了本文三阶参数约束下最小速度的点到点多轴同步算法的参数化推导, 可以看到, 所推导的结果均有明确的数学表达, 无需任何数值迭代过程, 因此可适用于工业现场的实时规划。

4 仿真实验

为了验证本文提出的点到点轨迹规划及多轴同步算法的正确性和有效性, 本节将设计仿真实验。整个过程是在具有 Intel(R) Core(TM) i5-7200U 2.5 GHz CPU, 8GB RAM 的 Windows7 系统上使用 MATLAB 2015b 进行的。

首先验证本文构造的 jerk 曲线模型和轨迹规划方法的正确性, 设某轴的三阶运动学参数为 $V_m = 10^\circ/\text{s}$, $A_m = 10^\circ/\text{s}^2$, $J_m = 20^\circ/\text{s}^3$ 给定第 1 组总位移为 $S_r = 30^\circ$ 。利用本文提出的方法生成轨迹, 通过计算可得到各段运动时间, 并得到总时间为 $T = 4.719 \text{ s}$, 最终绘制出位移、速度、加速度和 jerk 的图像。如图 3 所示, 可以看到, 由于目标位移足够大, 所以曲线上的速度、加速度都达到了最大值。

给定第 2 组数据 $S_r = 15^\circ$, 此时位移相对第 1 组较小, 计算出总时间为 $T = 3.270 \text{ s}$, 可以绘制得到各阶曲线如

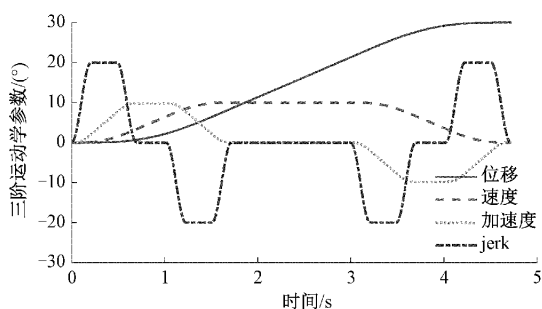


图3 改进S曲线点到点轨迹生成曲线($S_r = 30^\circ$)

图4所示。通过这组数据可以看出,匀加速段的时间减小了。此时的顶点速度小于 V_m ,而其他的带宽参数均达到最大,这说明可以正确地求解出更小的顶点速度来适应位移的变化。

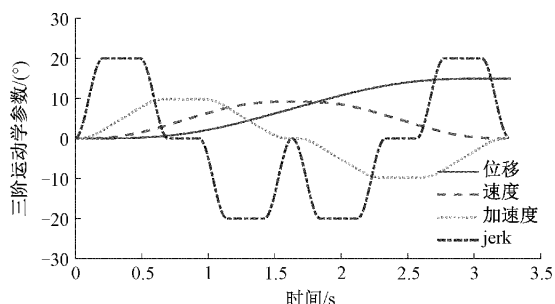


图4 改进S曲线点到点轨迹生成曲线($S_r = 15^\circ$)

给定第3组数据 $S_r = 5^\circ$,计算可以得到每段时间,以及得到总时间为 $T = 2.332$ s,最终可以绘制出各阶曲线如图5所示。从这一组数据可以看出,随着目标位移进一步减小,加速度也已经无法达到带宽最大值,而依然可以求解出时间最优的可行参数。

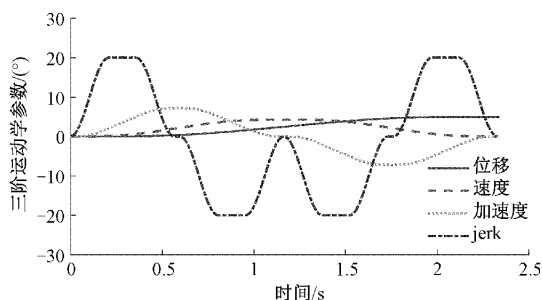


图5 改进S曲线点到点轨迹生成曲线($S_r = 5^\circ$)

综上所述,当系统参数确定后,不论如何改变目标位置,规划出的轨迹总能保证jerk最大的阶跃输入,同时关于轨迹的中间时刻对称,进而可以说明本文所构造的模型是正确的且提出的方法具备时间最优性质。

同样给定与以上3组完全一致的三阶运动学参数 $V_m = 10^\circ/s, A_m = 10^\circ/s^2, J_m = 20^\circ/s^3$,且3组目标位移依然分别设定 $S_{r,1} = 30^\circ, S_{r,2} = 15^\circ, S_{r,3} = 5^\circ$,利用传统S曲线分别进行轨迹规划,分别计算和绘制出3组数据的各阶运动

曲线,分别如图6~8所示,可以看到传统S曲线在各段轨迹衔接处均存在明显跳变尖点,而对比图3~5可以看出由于本文提出改进方法的jerk曲线无限可微,所有轨迹段均可实现平滑过渡,无任何突变位置。

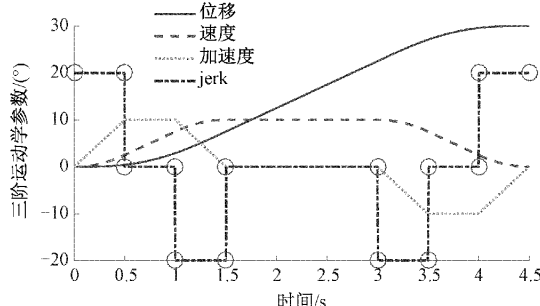


图6 传统S曲线点到点轨迹生成曲线($S_r = 30^\circ$)

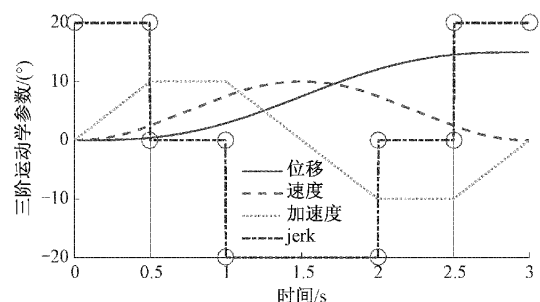


图7 传统S曲线点到点轨迹生成曲线($S_r = 15^\circ$)

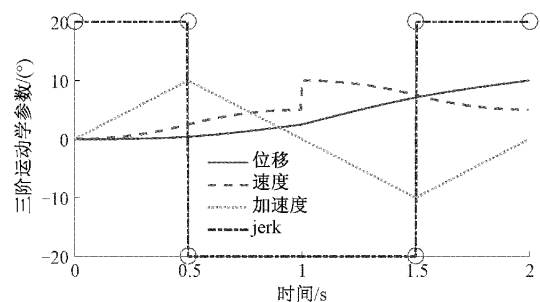


图8 传统S曲线点到点轨迹生成曲线($S_r = 5^\circ$)

为了对比传统S曲线与本文改进S曲线的规划效率,如表1所示,设定10组目标位移 S_r 及三阶运动学参数 V_m, A_m, J_m ,利用两种方法分别生成轨迹,通过计算可得到各组实验运动的总时间以及本文改进方法相较于传统S曲线的效率变化。从表1中可以看到,虽然本文提出的改进模型因增加平滑过渡段导致规划效率略有下降,但均不超过5%,属可接受范围之内,而相比较之下所获得的平滑性对控制系统的安全及精度更为关键。至此,完成了本文提出的轨迹规划方法的有效性证明。

为了继续验证基于改进模型的多轴同步控制的可实现性,以4个轴为例,设计各个轴的三阶运动学参数均为: $V_m = 30^\circ/s, A_m = 20^\circ/s^2, J_m = 30^\circ/s^3, n = 15$ 。各轴运动的总位移分别为: $S_{r,1} = 45^\circ, S_{r,2} = 60^\circ, S_{r,3} = 50^\circ, S_{r,4} = 100^\circ$ 。

表 1 传统 S 曲线与改进 S 曲线规划时间对比

$S_r/(\circ)$	$V_m/(\circ/s)$	$A_m/(\circ/s^2)$	$J_m/(\circ/s^3)$	传统 S 曲线规划时间/s	改进 S 曲线规划时间/s	改进后的规划效率/%
30	10	10	20	4.500	4.719	95.4
40	10	15	25	5.267	5.486	96.0
50	15	15	25	4.933	5.153	95.7
60	15	15	30	5.500	5.719	96.2
70	20	20	30	5.167	5.386	95.9
80	20	25	30	5.633	5.696	98.9
90	25	25	30	5.433	5.653	96.1
100	25	25	35	5.714	5.934	96.3
110	30	30	35	5.524	5.743	96.2
120	35	30	50	5.195	5.415	95.9

利用本文提出的多轴同步算法规划轨迹,得到四个轴共同的规划时间为 $T=5.719$ s,绘制出四个轴的各阶运动曲线,如图 9 所示。

从图 9(a)中可以看出,4 个轴的曲线均能保证光滑、连续,且能够精确的到达各自的目标位置。从图 9(b)和(c)中曲线可以看出,4 个轴的速度曲线平滑且能实现时间同步的运动,四轴速度和加速度分别能够达到最大值 V_m 和 A_m ,而第一、二、三轴所能达到的顶点速度和加速度均被整定至小于 V_m 和 A_m ;从图 9(d)中可以看出,四个轴在整个运动过程中始终都可以保证 jerk 最大的阶跃输入。综上所述,本文提出的时间最优的点到点多轴同步算法能够保证所有轴的各阶曲线在严格遵循运动学约束下的同时有效完成同步任务。

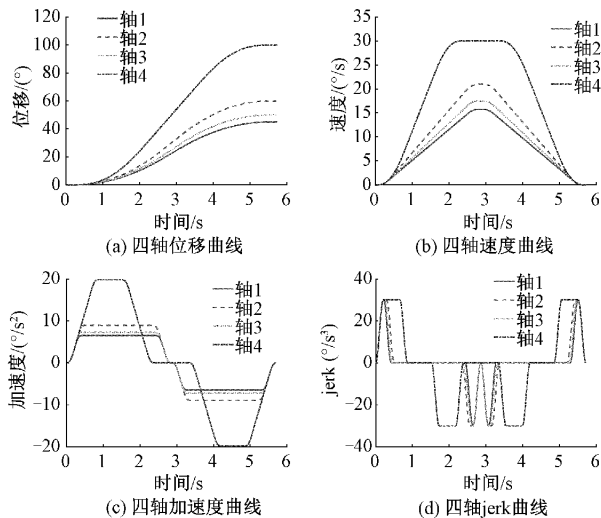


图 9 多轴同步算法得到的各轴轨迹

5 结 论

本文基于传统 S 曲线提出了一种新的轨迹规划及多轴同步算法,该方法计算简单且能够得到解析解,同时可以保证生成的曲线平滑且时间最优。由于提出的 15 段

jerk 模型是无限可微的,因此对消除系统振动,提高定位精度具有重要意义,通过仿真实验验证了所提出的方法相比于传统 S 曲线,总规划时间虽有 5% 以内的增加,但可保证生成无冲击的平滑轨迹,证明了此方法在多自由度控制系统中的有效性。未来可以考虑将此方法进一步拓展到多轴多段次轨迹规划以及尝试实现笛卡尔空间的位姿同步,以使其适用于更复杂的应用场景。

参考文献

- [1] 王岳,孙宁,吴易鸣,等. 深海起重机系统的实时轨迹规划方法[J]. 自动化学报, 2021, 47(12): 2761-2770.
- [2] 季晓明,文怀海. 基于非线性终端滑模的码垛机械臂轨迹跟踪控制[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 35(9): 105-111.
- [3] LIU T, CUI J, LI Y, et al. Time-optimal asymmetric S-curve trajectory planning of redundant manipulators under kinematic constraints [J]. Sensors, 2023, 23(6): 3074.
- [4] 鲍海锋,丁德锐,王玉林. 基于 MPGA 的机械臂时间最优轨迹规划[J]. 电子测量技术, 2018(2): 15-20.
- [5] 汪婷,罗欣. 一种六轴机械臂时间最优轨迹规划方法[J]. 工业控制计算机, 2021, 34(4): 66-69.
- [6] 杨星涛,库祥臣,赵欢乐,等. 基于改进遗传算法的时间最优轨迹规划[J]. 制造技术与机床, 2022(3): 74-79.
- [7] WANG X, CHANG H, ZHANG J, et al. A smooth and time-optimal trajectory planning approach for automated systems[C]. 2022 5th World Conference on Mechanical Engineering and Intelligent Manufacturing (WCMEIM), IEEE, 2022: 854-858.
- [8] 朱其新,金雨昇,刘红俐,等. 一种 Jerk 平滑的非对称正弦轨迹规划设计方法[J]. 系统科学与数学, 2022, 42(3): 555.
- [9] YU D Y, DING Z, TIAN X Q. Incomplete smooth S-

- curve acceleration and deceleration feedrate planning modeling and analysis[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 120(11): 7171-7185.
- [10] WANG S D, LUO X, XU S J, et al. A planning method for multi-axis point-to-point synchronization based on time constraints[J]. IEEE Access, 2020, 8: 85575-85604.
- [11] SONG F, YU S, CHEN T, et al. Research on CNC simulation system with instruction interpretations possessed of wireless communication[J]. The Journal of Supercomputing, 2016, 72(7): 2703-2719.
- [12] LI H. A jerk-constrained asymmetric motion profile for high-speed motion stages to reduce residual vibration [J]. International Journal of Computer Applications in Technology, 2016, 53(2): 149-156.
- [13] 李志杰, 蔡力钢, 刘志峰. 加加速度连续的S型加减速规划算法[J]. 计算机集成制造系统, 2019, 25(5): 1192-1201.
- [14] LEE A Y, CHOI Y. Smooth trajectory planning methods using physical limits[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 229(12): 2127-2143.
- [15] 肖友刚, 朱铨臻, 李蔚, 等. 一种新型高阶连续的点对点运动轨迹规划算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(9): 135-143.
- [16] FANG Y, HU J, LIU W, et al. Smooth and time-optimal S-curve trajectory planning for automated robots and machines [J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 137: 127-153.

作者简介

王新达, 硕士, 工程师, 主要研究方向为机器人运动规划、工业自动化控制等。

E-mail: ashton.wang@hotmail.com

孙祥溪, 高级工程师, 主要研究方向为电气控制系统、工业自动化控制等。

E-mail: sunxx517@126.com

吴翔, 高级工程师, 主要研究方向为机械设计及理论、天线测试系统等。

E-mail: iliartwoo@163.com

常慧娟, 高级工程师, 主要研究方向为电路设计、天线测试系统等。

E-mail: changhj1984@sina.com

张健, 高级工程师, 主要研究方向为电气控制系统、工业自动化控制等。

E-mail: 736rentao@163.com